

Nový program na výpočet vlivu vzdálených zón pro integrální transformace

Petr Trnka, Martin Pitoňák, Jiří Belinger, Pavel Novák, Michal Šprlák



NTIS - Nové technologie pro informační společnost
Fakulta aplikovaných věd, Západočeská univerzita v Plzni



26. konference Družicové metody v teorii a praxi
Brno, 1. února 2024

- 1 Základní motivace
- 2 Teoretický základ
- 3 SW knihovna
- 4 Testování
- 5 Zhodnocení



- 1 Základní motivace
- 2 Teoretický základ**
- 3 SW knihovna
- 4 Testování
- 5 Zhodnocení



- 1 Základní motivace
- 2 Teoretický základ
- 3 SW knihovna**
- 4 Testování
- 5 Zhodnocení



- 1 Základní motivace
- 2 Teoretický základ
- 3 SW knihovna
- 4 Testování
- 5 Zhodnocení

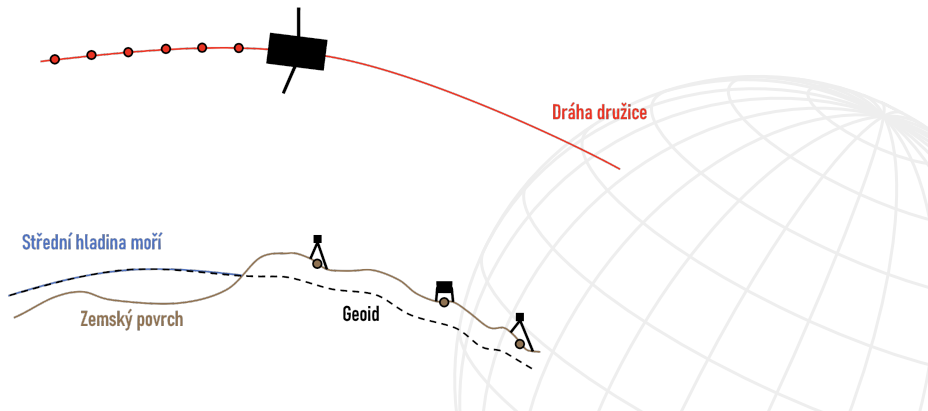


- 1 Základní motivace
- 2 Teoretický základ
- 3 SW knihovna
- 4 Testování
- 5 Zhodnocení**



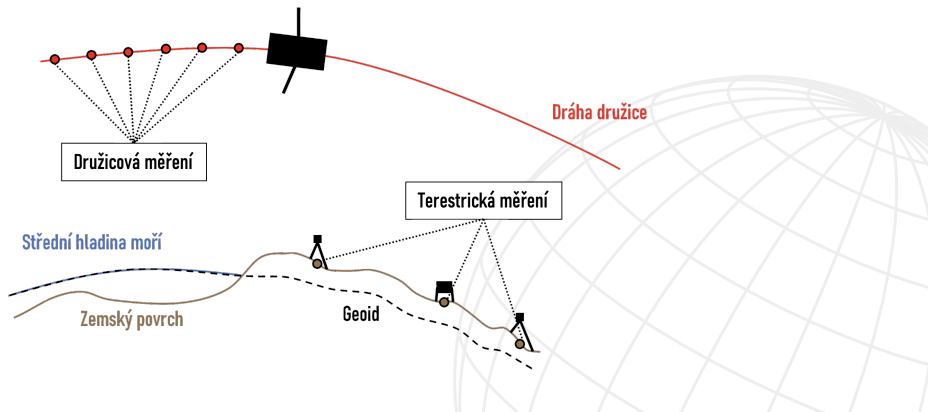
Základní motivace

- Výpočet tíhového potenciálu a jeho derivací z (ne)dostupných měření
- Omezená dostupnost terestrických měření
- Omezené frekvenční rozlišení družicových měření
- Využití kombinace obou typů měření

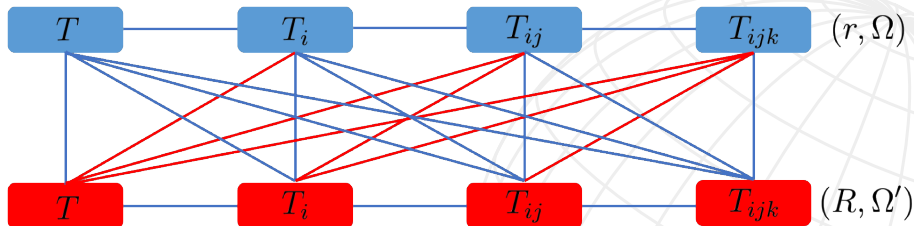


Základní motivace

- Výpočet tíhového potenciálu a jeho derivací z dostupných měření
 - Omezená dostupnost terestrických měření
 - Omezené frekvenční rozlišení družicových měření
- Využití kombinace obou typů měření



- Zpracování pro sférickou aproximaci
- Využití okrajových úloh a integrálních transformací
- Vztahy pro výpočet tíhového potenciálu a jeho derivací až do třetího řádu
- Vztahy pro výpočet integrálních jader ve spektrálním i uzavřeném tvaru



Teoretický základ - rozklad integrálu

Poissonův integrál:

$$T(r, \Omega) = \frac{R}{4\pi} \int_{\Omega} T(R, \Omega') \mathcal{H}(t, u) d\Omega'$$

T - tíhový potenciál

R - poloměr střední sféry

r - průvodič výpočtového bodu

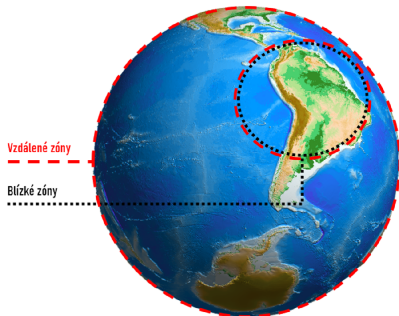
Ω - zeměpisné souřadnice

výpočtového bodu (φ, λ)

Ω' - zeměpisné souřadnice bodu (φ', λ')

$t = \frac{R}{r}$ - utlumující faktor, $u = \cos(\psi)$ - kosínus sférické vzdálenosti

$$T(r, \Omega) = \underbrace{\frac{R}{4\pi} \int_{\Omega'_0} T(R, \Omega') \mathcal{H}(t, u) d\Omega'}_{\text{blízke zóny}} + \underbrace{\frac{R}{4\pi} \int_{\Omega' - \Omega'_0} T(R, \Omega') \mathcal{H}(t, u) d\Omega'}_{\text{vzdálené zóny}}$$



- Zaměření pouze na **vliv vzdálených zón**

numerická integrace

$$\delta T(r, \Omega) = (-1)^k \frac{R^k}{4\pi} \sum_K T_{[k]}(R, \Omega') \underbrace{\Delta \mathcal{H}_{[k]}^{\{0\}}(t, u, u_0)}_{1)} d\varphi_K d\lambda_K \cos(\varphi_K)$$

$$1) \quad \underbrace{\Delta \mathcal{H}_{[k]}^{\{0\}}(t, u, u_0)}_{\text{chybové jádro}} = \begin{cases} 0, & u_0 \leq u < 1 \\ \mathcal{H}_{[k]}^{\{0\}}(t, u), & -1 \leq u < u_0 \end{cases} =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{2} Q_{[k],n}^{\{0\}}(t, u_0) P_{n,0}(u)$$

- Zaměření pouze na **vliv vzdálených zón**

$$\overbrace{\delta T(r, \Omega) = (-1)^k \frac{R^k}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \underbrace{Q_{[k],n}^{\{0\}}(t, u_0)}_{1)} \underbrace{T_{[k],n}(R, \Omega)}_{2)}}^{\text{syntéza}}$$

$$1) \quad Q_{[k],n}^{\{0\}}(t, u_0) = \int_{-1}^{u_0} \mathcal{H}_{[k]}^{\{0\}}(t, u) P_{n,0}(u) du, \quad n \geq 0$$

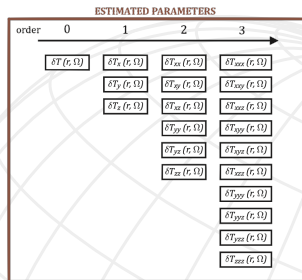
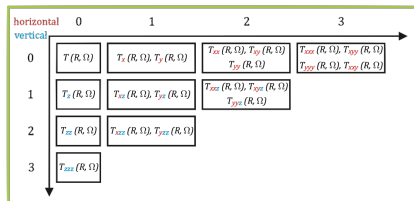
Fourierovy koeficienty chybového jádra

$$2) \quad T_{[k],n}(r, \Omega) = (-1)^k \frac{GM}{a^{k+1}} \left(\frac{a}{R}\right)^{n+k+1} \frac{(n+k)!}{n!} \sum_{m=-n}^{+n} \Delta \bar{C}_{n,m} \bar{Y}_{n,m}(\Omega)$$

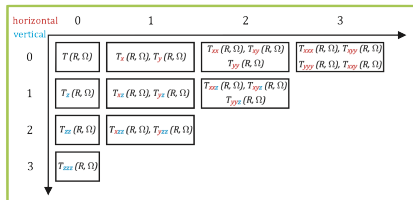
hodnoty vlivu vzdálených zón na poruchový potenciál

Tvorba SW knihovny

- Implementace v prostředí MATLAB ve formě skriptů a funkcí
- Výpočet pro 20 prvků:
 - poruchový tíhový potenciál
 - derivace poruchového potenciálu až do 3. řádu



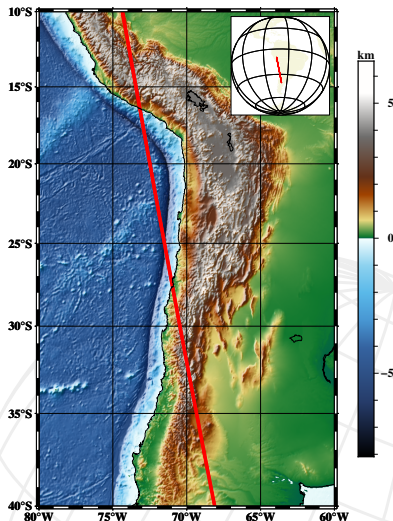
- Implementace v prostředí MATLAB ve formě skriptů a funkcí
- Výpočet pro 20 prvků:
 - poruchový tíhový potenciál
 - derivace poruchového potenciálu až do 3. řádu



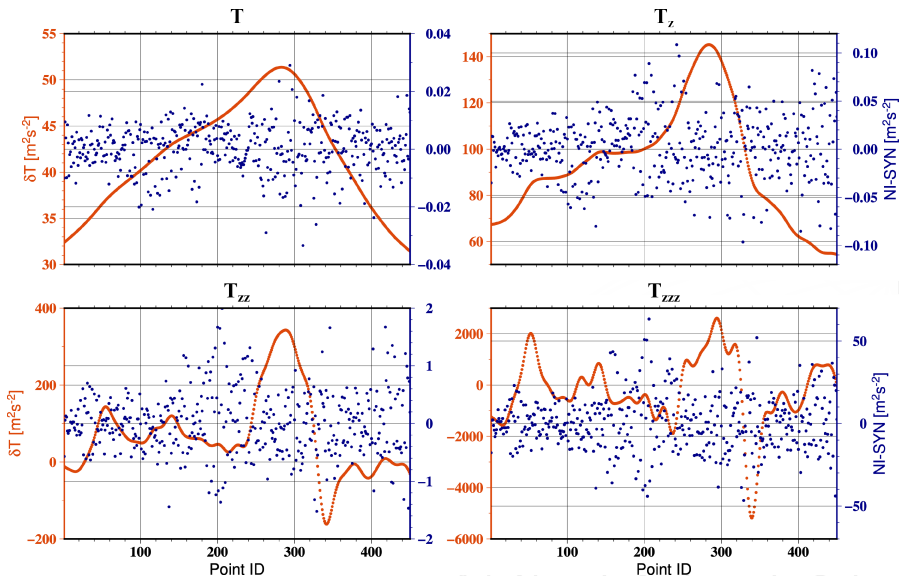
| | | | | | | | | | |
|-------------------|-------|--------|-------------------|-------|--------|-------------------|--------|-------------------|--------|
| shsyn_fun_T_Q0 | Q00n | Q0a00n | shsyn_fun_T_Q1 | Q10n | Q0a12n | shsyn_fun_T_Q2 | Q20n | shsyn_fun_T_Q3 | Q30n |
| shsyn_fun_Tx_Q0 | Q01n | Q0a01n | shsyn_fun_Tx_Q1 | Q11n | Q0a10n | shsyn_fun_Tx_Q2 | Q21n | shsyn_fun_Tx_Q3 | Q0a30n |
| shsyn_fun_Txx_Q0 | Q02n | Q0a02n | shsyn_fun_Txx_Q1 | Q12n | Q0a11n | shsyn_fun_Txx_Q2 | Q22n | shsyn_fun_Txx_Q3 | Q0a30n |
| shsyn_fun_Txxx_Q0 | Q03n | Q0a03n | shsyn_fun_Txxx_Q1 | Q13n | Q0a12n | shsyn_fun_Txxx_Q2 | Q23n | shsyn_fun_Txxx_Q3 | Q0a30n |
| shsyn_fun_Txy_Q0 | Q00n | Q0a00n | shsyn_fun_Txy_Q1 | Q11n | Q0a10n | shsyn_fun_Txy_Q2 | Q21n | shsyn_fun_Txy_Q3 | Q0a30n |
| shsyn_fun_Txxz_Q0 | Q001n | Q0a01n | shsyn_fun_Txxz_Q1 | Q12n | Q0a11n | shsyn_fun_Txxz_Q2 | Q212n | shsyn_fun_Txxz_Q3 | Q0a30n |
| shsyn_fun_Txy_Q1 | Q002n | Q0a02n | shsyn_fun_Txy_Q1 | Q110n | Q0a12n | shsyn_fun_Txy_Q2 | Q2120n | shsyn_fun_Txy_Q3 | Q0a30n |
| shsyn_fun_Txxy_Q0 | Q003n | Q0a03n | shsyn_fun_Txxy_Q1 | Q111n | Q0a11n | shsyn_fun_Txxy_Q2 | Q2121n | shsyn_fun_Txxy_Q3 | Q0a30n |
| shsyn_fun_Txxz_Q1 | Q000n | Q0a00n | shsyn_fun_Txxz_Q1 | Q112n | Q0a11n | shsyn_fun_Txxz_Q2 | Q2120n | shsyn_fun_Txxz_Q3 | Q0a30n |
| shsyn_fun_Txz_Q0 | Q001n | Q0a01n | shsyn_fun_Txz_Q1 | Q110n | Q0a12n | shsyn_fun_Txz_Q2 | Q2121n | shsyn_fun_Txz_Q3 | Q0a30n |
| shsyn_fun_Txxz_Q0 | Q002n | Q0a02n | shsyn_fun_Txxz_Q1 | Q111n | Q0a11n | shsyn_fun_Txxz_Q2 | Q2121n | shsyn_fun_Txxz_Q3 | Q0a30n |
| shsyn_fun_Ty_Q0 | Q000n | Q0a00n | shsyn_fun_Ty_Q1 | Q112n | Q0a11n | shsyn_fun_Ty_Q2 | Q2120n | shsyn_fun_Ty_Q3 | Q0a30n |
| shsyn_fun_Tyy_Q0 | Q001n | Q0a01n | shsyn_fun_Tyy_Q1 | Q110n | Q0a12n | shsyn_fun_Tyy_Q2 | Q2121n | shsyn_fun_Tyy_Q3 | Q0a30n |
| shsyn_fun_Tyyy_Q0 | Q002n | Q0a02n | shsyn_fun_Tyyy_Q1 | Q111n | Q0a11n | shsyn_fun_Tyyy_Q2 | Q2121n | shsyn_fun_Tyyy_Q3 | Q0a30n |
| shsyn_fun_Tyyz_Q0 | Q003n | Q0a03n | shsyn_fun_Tyyz_Q1 | Q112n | Q0a11n | shsyn_fun_Tyyz_Q2 | Q2120n | shsyn_fun_Tyyz_Q3 | Q0a30n |
| shsyn_fun_Tyz_Q0 | Q000n | Q0a00n | shsyn_fun_Tyz_Q1 | Q110n | Q0a12n | shsyn_fun_Tyz_Q2 | Q2121n | shsyn_fun_Tyz_Q3 | Q0a30n |
| shsyn_fun_Tyzz_Q0 | Q001n | Q0a01n | shsyn_fun_Tyzz_Q1 | Q111n | Q0a11n | shsyn_fun_Tyzz_Q2 | Q2121n | shsyn_fun_Tyzz_Q3 | Q0a30n |
| shsyn_fun_Tz_Q0 | Q000n | Q0a00n | shsyn_fun_Tz_Q1 | Q112n | Q0a11n | shsyn_fun_Tz_Q2 | Q2120n | shsyn_fun_Tz_Q3 | Q0a30n |
| shsyn_fun_Tzz_Q0 | Q001n | Q0a01n | shsyn_fun_Tzz_Q1 | Q110n | Q0a12n | shsyn_fun_Tzz_Q2 | Q2121n | shsyn_fun_Tzz_Q3 | Q0a30n |
| shsyn_fun_Tzzz_Q0 | Q002n | Q0a02n | shsyn_fun_Tzzz_Q1 | Q111n | Q0a11n | shsyn_fun_Tzzz_Q2 | Q2121n | shsyn_fun_Tzzz_Q3 | Q0a30n |

Testování - Numerický experiment

- Výpočet jednotlivých integrálních transformací
- Numerická integrace s gridem $0,05^\circ$ vs. sférická harmonická syntéza pro vzdálené zóny s max. stupněm 250
- Dráha GOCE, 450 výpočetních bodů, září 2013, EGG_TRF_2 produkt
- Globální model tíhového pole Tongji (GMMG2021S)



Signál vlivu vzdálené zóny pro poruchový potenciál vypočítaný z poruchového potenciálu a jeho rad. derivací



Tabulka rozdílů a vlivů vzdálené zóny

Rozdíly poruchového potenciálu [$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$] vypočtený z poruchového potenciálu a jeho radiálních derivací

| vstupní veličina | min | max | průměr | sm. odch. |
|------------------|---------|--------|--------|-----------|
| T | -0.033 | 0.029 | 0.000 | 0.008 |
| T_z | -0.097 | 0.109 | 0.002 | 0.032 |
| T_{zz} | -1.523 | 1.993 | 0.020 | 0.545 |
| T_{zzz} | -46.665 | 63.387 | 0.336 | 16.174 |

Poruchový potenciál [$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$] vypočtený z poruchového potenciálu a jeho radiálních derivací

| vstupní veličina | min | max | průměr | sm. odch. |
|------------------|-----------|----------|----------|-----------|
| T | 31.431 | 51.369 | 41.959 | 5.836 |
| T_z | 54.329 | 145.239 | 93.174 | 24.359 |
| T_{zz} | -161.750 | 342.917 | 68.807 | 108.209 |
| T_{zzz} | -5186.023 | 2608.058 | -203.633 | 1339.074 |

- Odvození nové teorie pro výpočet vlivu vzdálených zón (80+ sférických harmonických rozvojų)
- Implementace SW knihovny
- Kompletace funkčnosti jednotlivých částí knihovny
- Numerické ověření správnosti (NI vs. SYN)
- Příprava teoretických publikací
- Příprava publikace SW do Computers & Geosciences

Děkuji za pozornost

trnkpe@ntis.zcu.cz

Tato práce byla podpořena projekty GAČR 23-07031S, 21-13713S a projektem specifického výzkumu ZČU v Plzni