# VALIDÁCIA GRIDOV GRAVITAČNÝCH GRADIENTOV POMOCOU VÝŠKOVÝCH ANOMÁLIÍ V NÓRSKU, ČESKU A SLOVENSKU


Martin Pitoňák

NTIS

Michal Šprlák

Vegard Ophaug

NMBU Norwegian University of Life Sciences

Ove C. D. Omang

Kartverket

Pavel Novák


DRUŽICOVÉ METODY V GEODÉZII A KATASTRU 2022, BRNO, 2.2.2023

## Obsah:

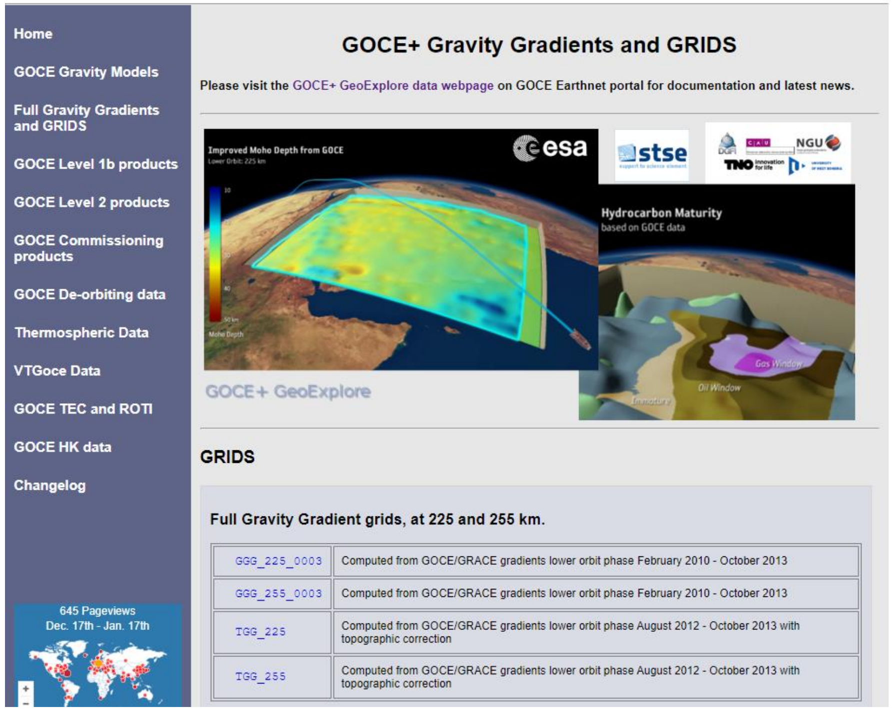
# Motivácia:

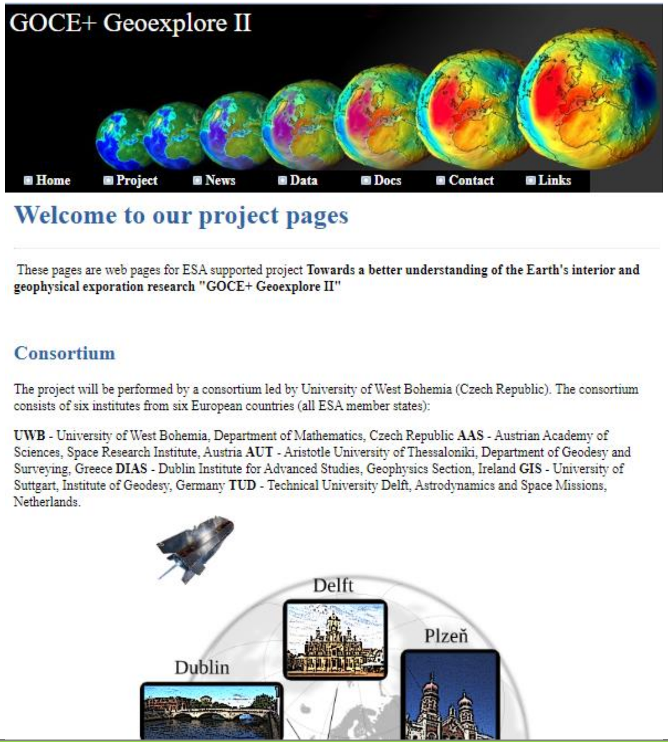
- gridy gravitačných gradientov
  (napr., ESA-funded GOCE+ GeoExplore project alebo Space-wise GOCE products),

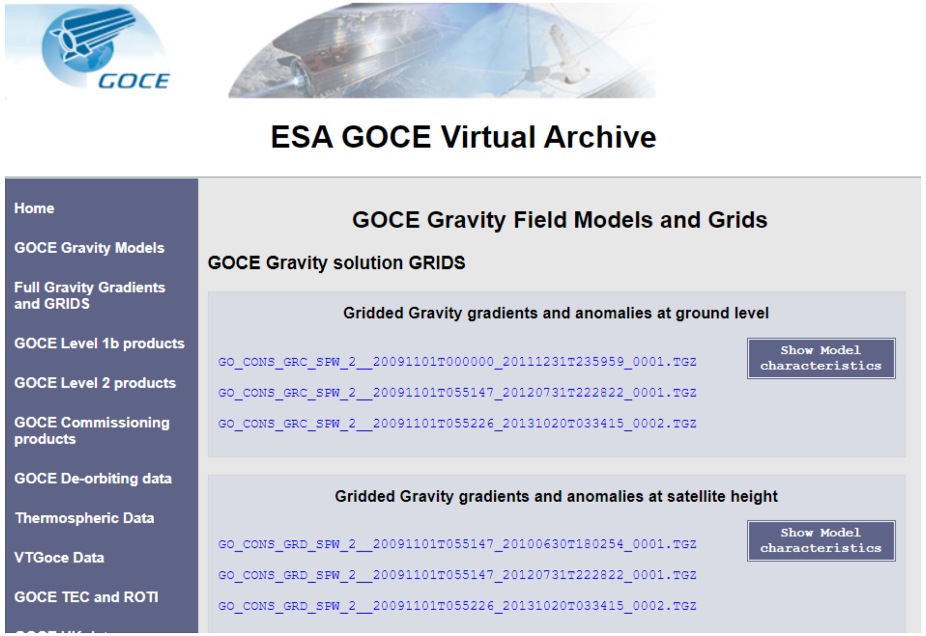
- Existuje vhodná metóda na predlžovanie a transformáciu gravitačných gradientov na výškové anomálie?

- Ak existuje, aké je zlepšenie medzi jednotlivými vydaniami (z angl. release) gridov gravitačných gradientov?

ESA GOCE Virtual Archive



1

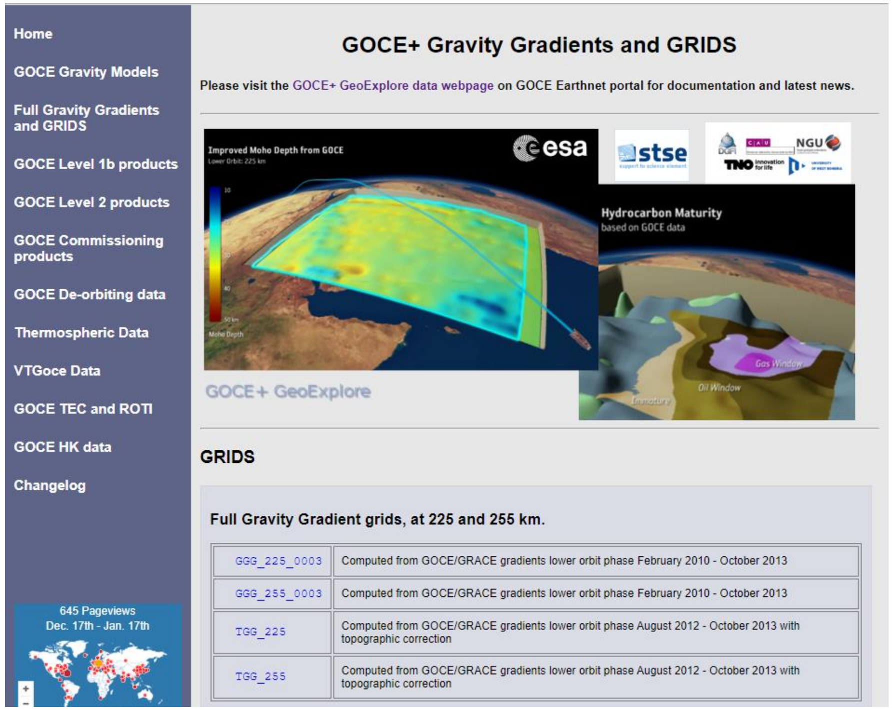
# Motivácia:

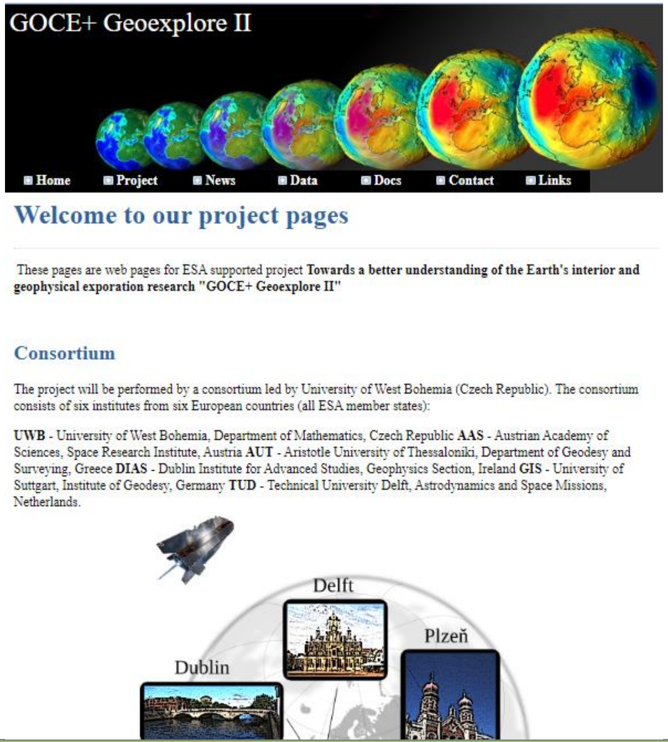
- gridy gravitačných gradientov
  (napr., ESA-funded GOCE+ GeoExplore project alebo Space-wise GOCE products),

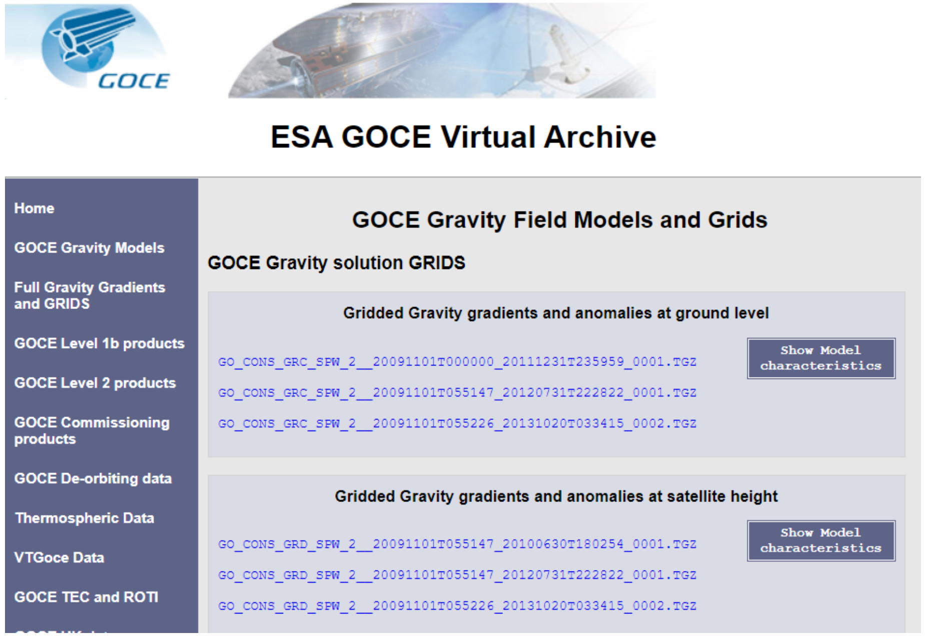
- Existuje vhodná metóda na predlžovanie a transformáciu gravitačných gradientov na výškové anomálie?

- Ak existuje, aké je zlepšenie medzi jednotlivými vydaniami (z angl. release) gridov gravitačných gradientov?

ESA GOCE Virtual Archive



1

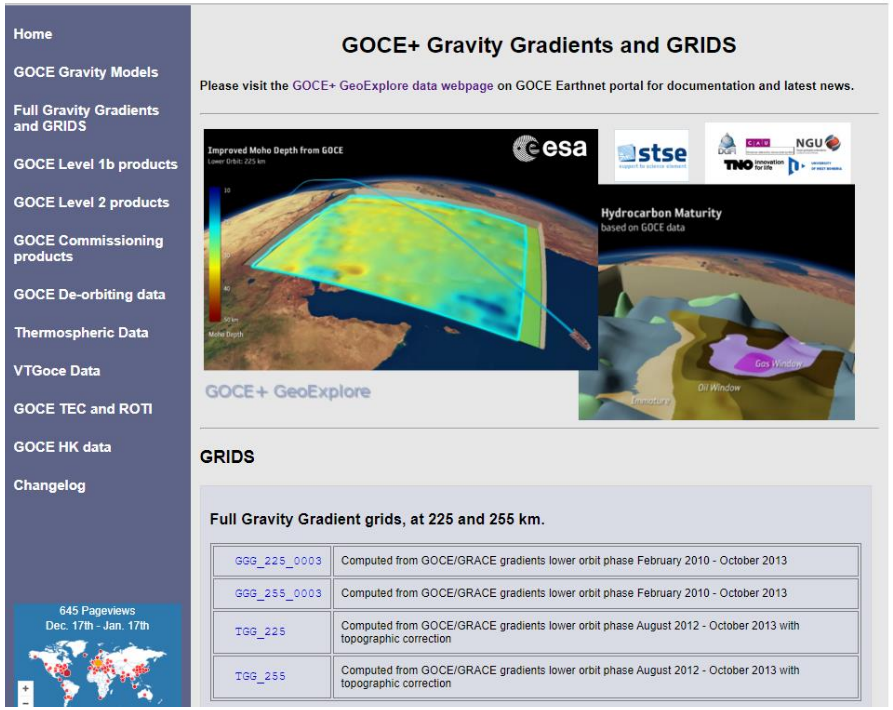
# Motivácia:

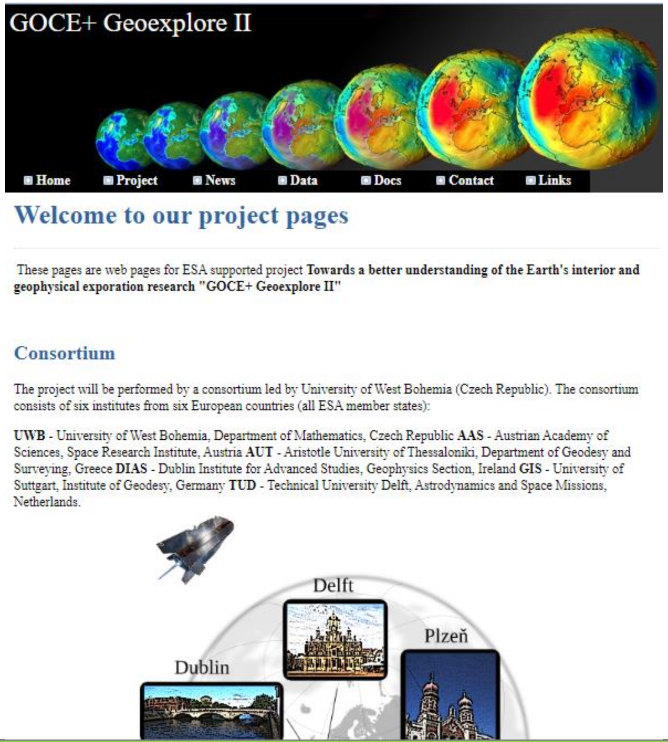
- gridy gravitačných gradientov
  (napr., ESA-funded GOCE+ GeoExplore project alebo Space-wise GOCE products),

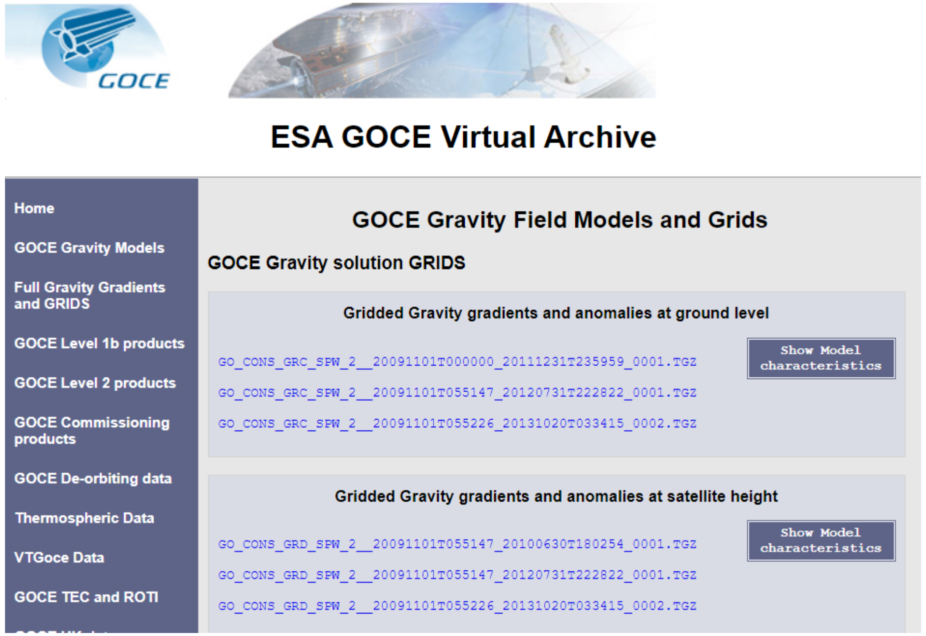
- Existuje vhodná metóda na predlžovanie a transformáciu gravitačných gradientov na výškové anomálie?

- Ak existuje, aké je zlepšenie medzi jednotlivými vydaniami (z angl. release) gridov gravitačných gradientov?

ESA GOCE Virtual Archive

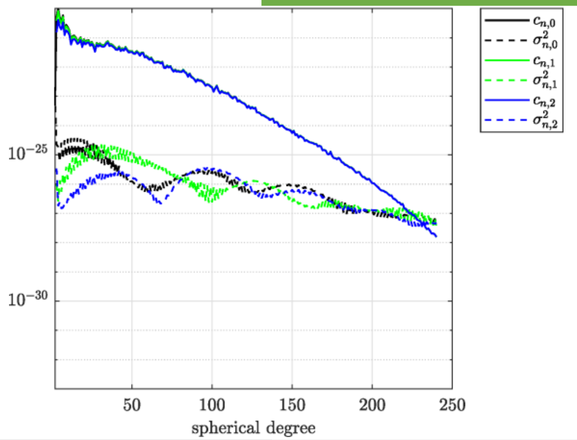


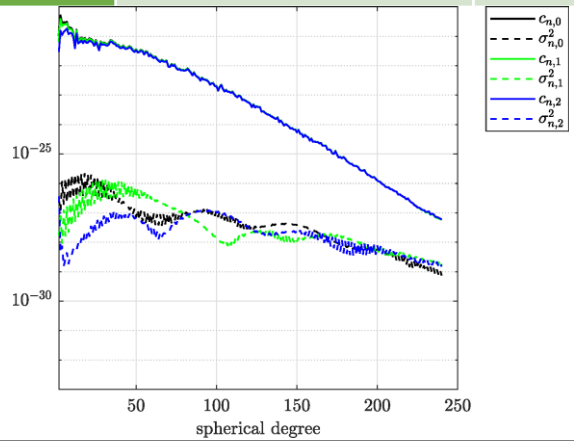



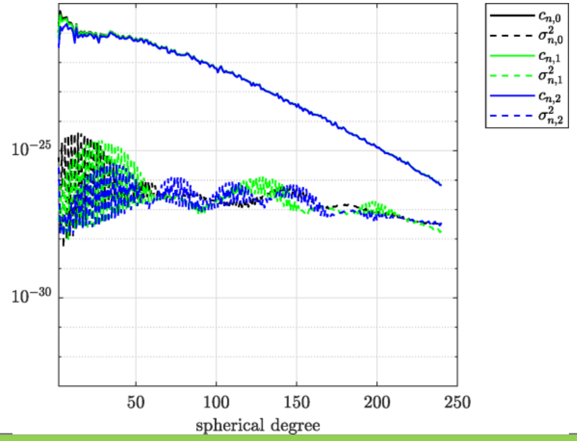



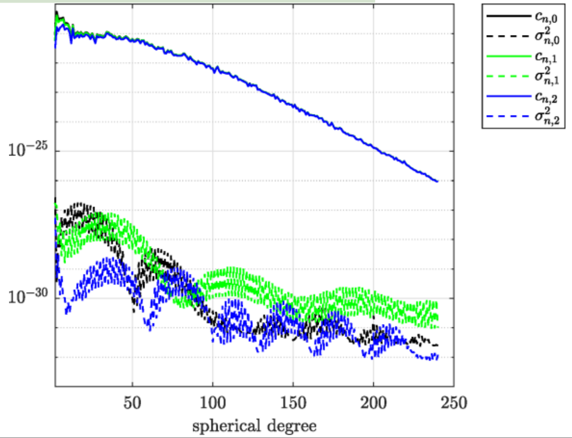
# 1 Motivácia:

| | Release 2 | Release 4 | Release 5 | Release 6 |
|---|---|---|---|---|
| **Inputs** | - EGG_NOM_2<br>- EGG_IAQ_1b<br>- SST_PSO_2<br>- tide model, ephemeris, Earth rotation parameters<br>- A priori gravity field model for signal covariance modelling | | | |
| **Data period** | 31/10/2009 – 5/7/2010 | 1/11/2009 – 31/7/2012 | 1/11/2009 –20/10/2013 | 9/10/2009 –21/10/2013 |
| **Grid area** | $\varphi \in \langle 89.9°; -89.9° \rangle, \lambda \in \langle -179.9°; 179.9° \rangle$ | | | |
| **Grid resolution** | 0.2° | | | |
| **Reference radius [m]** | 6637655.2 | 6637655.2 | 6600000 | 6600000 |
| **Outputs** | $V_{nn}, V_{ee}, V_{rr}, V_{en}, V_{er}, V_{nr}$ | | | |
| **Reference** | Gatti et al. (2014) | Gatti et al. (2014) | Gatti et al. (2014) | Reguzzoni et al. (2019) |

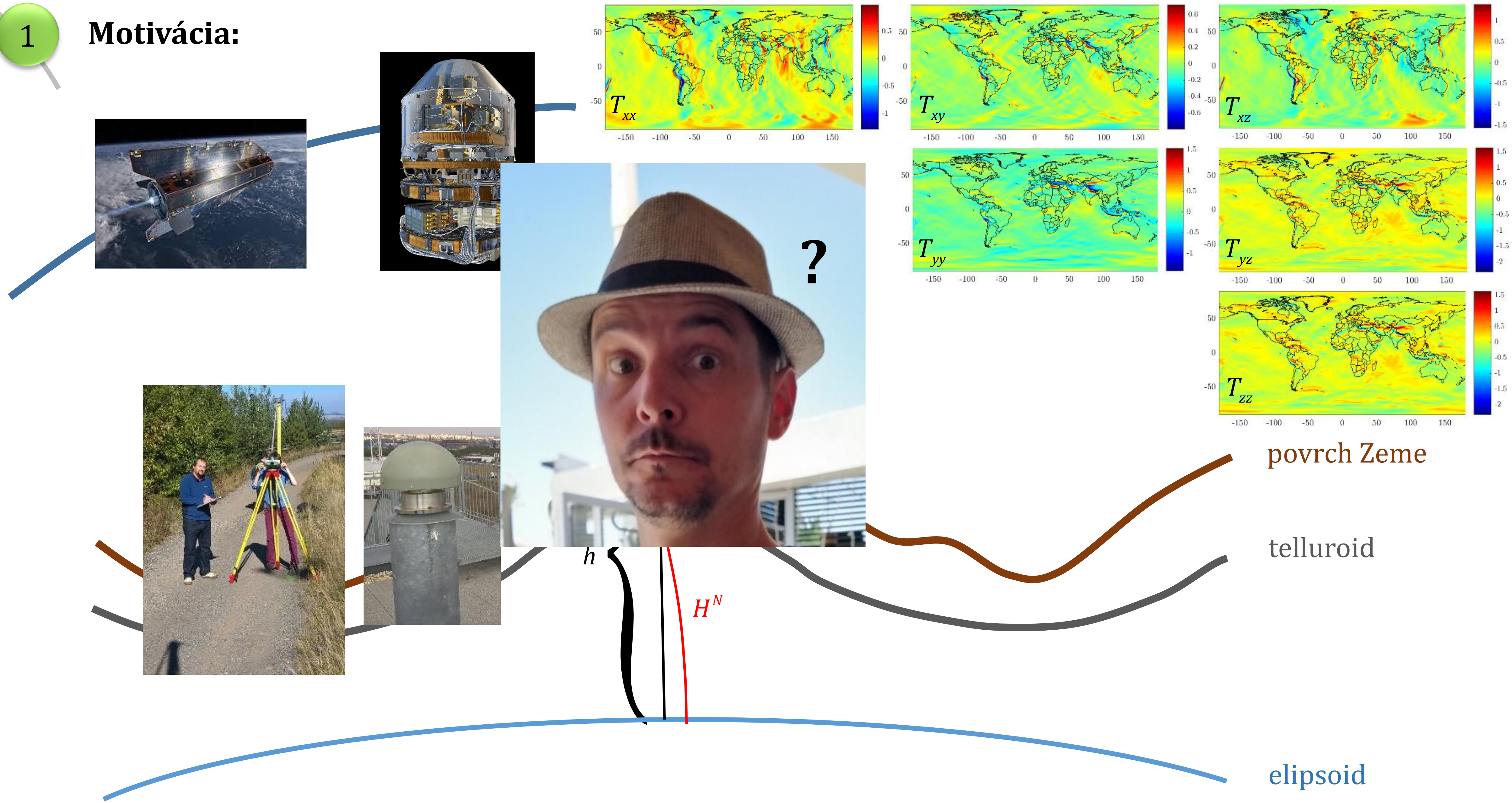


# 1 Motivácia:



# 2 Teória

Vzťah medzi výškovou anomáliou a poruchovým potenciálom definuje Brunsov vzorec:

$$\zeta(\Omega)=\frac{T(r_{TOP},\Omega)}{\gamma}.$$

Poruchový potenciál na povrchu Zeme z druhých derivácii poruchového potenciálu vieme vypočítať ako (Martinec 2003):

$$T^{VV}(r_{Top},\Omega)=\frac{r_{Top}^2}{4\pi}\int_{\Omega'}\left\{\sum_{n=2}^{N_{\max}}\frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}}\frac{1}{(n+1)(n+2)}P_{n,0}(\cos\psi)\right\}T_{zz}(r,\Omega')\mathrm{d}\Omega',$$

$$T^{VH}(r_{Top},\Omega)=-\frac{r_{Top}^2}{4\pi}\int_{\Omega'}\left\{\sum_{n=2}^{N_{\max}}\frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}}\frac{1}{n(n+1)(n+2)}P_{n,1}(\cos\psi)\right\}\left[T_{xz}(r,\Omega')\cos\alpha'-T_{yz}(r,\Omega')\sin\alpha'\right]\mathrm{d}\Omega',$$

$$T^{HH}(r_{Top},\Omega)=\frac{r_{Top}^2}{4\pi}\int_{\Omega'}\left\{\sum_{n=2}^{N_{\max}}\frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}}\frac{1}{(n-1)n(n+1)(n+2)}P_{n,2}(\cos\psi)\right\}\left[(T_{xx}(r,\Omega')-T_{yy}(r,\Omega'))\cos 2\alpha'-2T_{xz}(r,\Omega')\sin 2\alpha'\right]\mathrm{d}\Omega'.$$

Po dosadení do Brunsovho vzorca dostaneme:

$$\zeta^{VV}(\Omega)=\frac{r_{Top}^2}{4\pi\gamma}\int_{\Omega'}\left\{\sum_{n=2}^{N_{\max}}\frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}}\frac{1}{(n+1)(n+2)}P_{n,0}(\cos\psi)\right\}T_{zz}(r,\Omega')\mathrm{d}\Omega',$$

$$\zeta^{VH}(\Omega)=-\frac{r_{Top}^2}{4\pi\gamma}\int_{\Omega'}\left\{\sum_{n=2}^{N_{\max}}\frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}}\frac{1}{n(n+1)(n+2)}P_{n,1}(\cos\psi)\right\}\left[T_{xz}(r,\Omega')\cos\alpha'-T_{yz}(r,\Omega')\sin\alpha'\right]\mathrm{d}\Omega',$$

$$\zeta^{HH}(\Omega)=\frac{r_{Top}^2}{4\pi\gamma}\int_{\Omega'}\left\{\sum_{n=2}^{N_{\max}}\frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}}\frac{1}{(n-1)n(n+1)(n+2)}P_{n,2}(\cos\psi)\right\}\left[(T_{xx}(r,\Omega')-T_{yy}(r,\Omega'))\cos 2\alpha'-2T_{xz}(r,\Omega')\sin 2\alpha'\right]\mathrm{d}\Omega'.$$

# 2 Teória

Vzťah medzi výškovou anomáliou a poruchovým potenciálom definuje Brunsov vzorec:

$$\zeta(\Omega)=\frac{T(r_{TOP},\Omega)}{\gamma}.$$

Poruchový potenciál na povrchu Zeme z druhých derivácii poruchového potenciálu vieme vypočítať ako (Martinec 2003):

$$T^{VV}(r_{Top},\Omega)=\frac{r_{Top}^2}{4\pi}\int_{\Omega'}\left\{\sum_{n=2}^{N_{\max}}\frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}}\frac{1}{(n+1)(n+2)}P_{n,0}(\cos\psi)\right\}T_{zz}(r,\Omega')\mathrm{d}\Omega',$$

$$T^{VH}(r_{Top},\Omega)=-\frac{r_{Top}^2}{4\pi}\int_{\Omega'}\left\{\sum_{n=2}^{N_{\max}}\frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}}\frac{1}{n(n+1)(n+2)}P_{n,1}(\cos\psi)\right\}\left[T_{xz}(r,\Omega')\cos\alpha'-T_{yz}(r,\Omega')\sin\alpha'\right]\mathrm{d}\Omega',$$

$$T^{HH}(r_{Top},\Omega)=\frac{r_{Top}^2}{4\pi}\int_{\Omega'}\left\{\sum_{n=2}^{N_{\max}}\frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}}\frac{1}{(n-1)n(n+1)(n+2)}P_{n,2}(\cos\psi)\right\}\left[(T_{xx}(r,\Omega')-T_{yy}(r,\Omega'))\cos 2\alpha'-2T_{xz}(r,\Omega')\sin 2\alpha'\right]\mathrm{d}\Omega'.$$

Po dosadení do Brunsovho vzorca dostaneme:

$$\zeta^{VV}(\Omega)=\frac{r_{Top}^2}{4\pi\gamma}\int_{\Omega'}\left\{\sum_{n=2}^{N_{\max}}\frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}}\frac{1}{(n+1)(n+2)}P_{n,0}(\cos\psi)\right\}T_{zz}(r,\Omega')\mathrm{d}\Omega',$$

$$\zeta^{VH}(\Omega)=-\frac{r_{Top}^2}{4\pi\gamma}\int_{\Omega'}\left\{\sum_{n=2}^{N_{\max}}\frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}}\frac{1}{n(n+1)(n+2)}P_{n,1}(\cos\psi)\right\}\left[T_{xz}(r,\Omega')\cos\alpha'-T_{yz}(r,\Omega')\sin\alpha'\right]\mathrm{d}\Omega',$$

$$\zeta^{HH}(\Omega)=\frac{r_{Top}^2}{4\pi\gamma}\int_{\Omega'}\left\{\sum_{n=2}^{N_{\max}}\frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}}\frac{1}{(n-1)n(n+1)(n+2)}P_{n,2}(\cos\psi)\right\}\left[(T_{xx}(r,\Omega')-T_{yy}(r,\Omega'))\cos 2\alpha'-2T_{xz}(r,\Omega')\sin 2\alpha'\right]\mathrm{d}\Omega'.$$

## 2 Teória

Vzťah medzi výškovou anomáliou a poruchovým potenciálom definuje Brunsov vzorec:

$$\zeta(\Omega)=\frac{T(r_{TOP},\Omega)}{\gamma}.$$

Poruchový potenciál na povrchu Zeme z druhých derivácii poruchového potenciálu vieme vypočítať ako (Martinec 2003):

$$T^{VV}(r_{Top},\Omega)=\frac{r_{Top}^2}{4\pi}\int_{\Omega'}\left\{\sum_{n=2}^{N_{\max}}\frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}}\frac{1}{(n+1)(n+2)}P_{n,0}(\cos\psi)\right\}T_{zz}(r,\Omega')\mathrm{d}\Omega',$$

$$T^{VH}(r_{Top},\Omega)=-\frac{r_{Top}^2}{4\pi}\int_{\Omega'}\left\{\sum_{n=2}^{N_{\max}}\frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}}\frac{1}{n(n+1)(n+2)}P_{n,1}(\cos\psi)\right\}\left[T_{xz}(r,\Omega')\cos\alpha'-T_{yz}(r,\Omega')\sin\alpha'\right]\mathrm{d}\Omega',$$

$$T^{HH}(r_{Top},\Omega)=\frac{r_{Top}^2}{4\pi}\int_{\Omega'}\left\{\sum_{n=2}^{N_{\max}}\frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}}\frac{1}{(n-1)n(n+1)(n+2)}P_{n,2}(\cos\psi)\right\}\left[(T_{xx}(r,\Omega')-T_{yy}(r,\Omega'))\cos2\alpha'-2T_{xz}(r,\Omega')\sin2\alpha'\right]\mathrm{d}\Omega'.$$

Po dosadení do Brunsovho vzorca dostaneme:

$$\zeta^{VV}(\Omega)=\frac{r_{Top}^2}{4\pi\gamma}\int_{\Omega'}\left\{\sum_{n=2}^{N_{\max}}\frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}}\frac{1}{(n+1)(n+2)}P_{n,0}(\cos\psi)\right\}T_{zz}(r,\Omega')\mathrm{d}\Omega',$$

$$\zeta^{VH}(\Omega)=-\frac{r_{Top}^2}{4\pi\gamma}\int_{\Omega'}\left\{\sum_{n=2}^{N_{\max}}\frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}}\frac{1}{n(n+1)(n+2)}P_{n,1}(\cos\psi)\right\}\left[T_{xz}(r,\Omega')\cos\alpha'-T_{yz}(r,\Omega')\sin\alpha'\right]\mathrm{d}\Omega',$$

$$\zeta^{HH}(\Omega)=\frac{r_{Top}^2}{4\pi\gamma}\int_{\Omega'}\left\{\sum_{n=2}^{N_{\max}}\frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}}\frac{1}{(n-1)n(n+1)(n+2)}P_{n,2}(\cos\psi)\right\}\left[(T_{xx}(r,\Omega')-T_{yy}(r,\Omega'))\cos2\alpha'-2T_{xz}(r,\Omega')\sin2\alpha'\right]\mathrm{d}\Omega'.$$

## 2 Teória

Vzťah medzi výškovou anomáliou a poruchovým potenciálom definuje Brunsov vzorec:

$$\zeta(\Omega) = \frac{T(r_{TOP},\Omega)}{\gamma}.$$

Poruchový potenciál na povrchu Zeme z druhých derivácii poruchového potenciálu vieme vypočítať ako (Martinec 2003):

$$T^{VV}(r_{Top},\Omega) = \frac{r_{Top}^2}{4\pi}\int_{\Omega'}\left\{\sum_{n=2}^{N_{\max}}\frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}}\frac{1}{(n+1)(n+2)}P_{n,0}(\cos\psi)\right\}T_{zz}(r,\Omega')\mathrm{d}\Omega',$$

$$T^{VH}(r_{Top},\Omega) = -\frac{r_{Top}^2}{4\pi}\int_{\Omega'}\left\{\sum_{n=2}^{N_{\max}}\frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}}\frac{1}{n(n+1)(n+2)}P_{n,1}(\cos\psi)\right\}\left[T_{xz}(r,\Omega')\cos\alpha' - T_{yz}(r,\Omega')\sin\alpha'\right]\mathrm{d}\Omega',$$

$$T^{HH}(r_{Top},\Omega) = \frac{r_{Top}^2}{4\pi}\int_{\Omega'}\left\{\sum_{n=2}^{N_{\max}}\frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}}\frac{1}{(n-1)n(n+1)(n+2)}P_{n,2}(\cos\psi)\right\}\left[(T_{xx}(r,\Omega') - T_{yy}(r,\Omega'))\cos 2\alpha' - 2T_{xz}(r,\Omega')\sin 2\alpha'\right]\mathrm{d}\Omega'.$$

Po dosadení do Brunsovho vzorca dostaneme:

$$\zeta^{VV}(\Omega) = \frac{r_{Top}^2}{4\pi\gamma}\int_{\Omega'}\left\{\sum_{n=2}^{N_{\max}}\frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}}\frac{1}{(n+1)(n+2)}P_{n,0}(\cos\psi)\right\}T_{zz}(r,\Omega')\mathrm{d}\Omega',$$

$$\zeta^{VH}(\Omega) = -\frac{r_{Top}^2}{4\pi\gamma}\int_{\Omega'}\left\{\sum_{n=2}^{N_{\max}}\frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}}\frac{1}{n(n+1)(n+2)}P_{n,1}(\cos\psi)\right\}\left[T_{xz}(r,\Omega')\cos\alpha' - T_{yz}(r,\Omega')\sin\alpha'\right]\mathrm{d}\Omega',$$

$$\zeta^{HH}(\Omega) = \frac{r_{Top}^2}{4\pi\gamma}\int_{\Omega'}\left\{\sum_{n=2}^{N_{\max}}\frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}}\frac{1}{(n-1)n(n+1)(n+2)}P_{n,2}(\cos\psi)\right\}\left[(T_{xx}(r,\Omega') - T_{yy}(r,\Omega'))\cos 2\alpha' - 2T_{xz}(r,\Omega')\sin 2\alpha'\right]\mathrm{d}\Omega'.$$

# 2 Teória: Metóda spektrálneho váhovania (príklad pre VV)

Táto metóda je založená na minimalizácii chyby medzi obecným odhadom výškovej anomálie a jeho teoretickej hodnoty:

$$\varepsilon_{\tilde{\zeta}} = \tilde{\zeta} - \zeta ,$$

kde obecný odhad výškovej anomálie v spektrálnom tvare z VV zložky gravitačných gradientov je definovaný ako:

$$\zeta^{VV}(\Omega) = \frac{r_{Top}^2}{4\pi\gamma} \int_{\Omega'} \left\{ \sum_{n=2}^{N_{\max}} \frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}} \frac{1}{(n+1)(n+2)} P_{n,0}(\cos\psi) \right\} T_{zz}(r,\Omega') \mathrm{d}\Omega' = A \sum_{n=2}^{N_{\max}} a_n B_n t_n \left( T_{zz,n}(r,\Omega') + \varepsilon_{zz,n}(r,\Omega') \right).$$

Symbol $a_n$ je spektrálna váha a ostatné symboly z predchádzajúcej rovnice majú nasledujúci tvar:

$$A = \frac{r_{Top}^2}{\gamma},\; B_n = \frac{1}{(n+1)(n+2)},\; t_n = (r_{Top}/r)^{(n+3)}.$$

Chyba medzi obecným odhadom výškovej anomálie a jej teoretickou hodnotou sa dá prepísať do tvaru:

$$\varepsilon_{\tilde{\zeta}} = \tilde{\zeta} - \zeta = A \sum_{n=2}^{N_{\max}} a_n B_n t \left( \left\{ T_{zz,n}(r,\Omega') + \varepsilon_{zz,n}(r,\Omega') \right\} - 1 \right).$$

Pre globálnu strednú kvadratickú chybu môžeme napísať:

$$m_{\varepsilon_{\tilde{\zeta}}}^2(\Omega) = E\left\{ \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \left[ \varepsilon_{\tilde{\zeta}}(\Omega) \right]^2 \mathrm{d}\Omega \right\} = A^2 \left( \sum_{n=2}^{N_{\max}} a_n^2 B_n^2 \sigma_{n,j}^2 + \sum_{n=2}^{N_{\max}} (a_n t - 1)^2 c_{n,i} \right),$$

kde:

$$c_{n,i} = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \left[ T(r_{top},\Omega) \right]^2 \mathrm{d}\Omega \quad \text{a} \quad \sigma_{n,j}^2 = E\left\{ \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \left[ \varepsilon_{zz,n}(r,\Omega) \right]^2 \mathrm{d}\Omega \right\}.$$

# Teória: Metóda spektrálneho váhovania (príklad pre VV)

Táto metóda je založená na minimalizácii chyby medzi obecným odhadom výškovej anomálie a jeho teoretickej hodnoty:

$$\varepsilon_{\tilde{\zeta}} = \tilde{\zeta} - \zeta,$$

kde obecný odhad výškovej anomálie v spektrálnom tvare z VV zložky gravitačných gradientov je definovaný ako:

$$\zeta^{VV}(\Omega) = \frac{r_{Top}^2}{4\pi\gamma} \int_{\Omega'} \left\{ \sum_{n=2}^{N_{\max}} \frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}} \frac{1}{(n+1)(n+2)} P_{n,0}(\cos\psi) \right\} T_{zz}(r,\Omega') \mathrm{d}\Omega' = A \sum_{n=2}^{N_{\max}} a_n B_n t_n \left( T_{zz,n}(r,\Omega') + \varepsilon_{zz,n}(r,\Omega') \right).$$

Symbol $a_n$ je spektrálna váha a ostatné symboly z predchádzajúcej rovnice majú nasledujúci tvar:

$$A = \frac{r_{Top}^2}{\gamma}, \; B_n = \frac{1}{(n+1)(n+2)}, \; t_n = (r_{Top}/r)^{(n+3)}.$$

Chyba medzi obecným odhadom výškovej anomálie a jej teoretickou hodnotou sa dá prepísať do tvaru:

$$\varepsilon_{\tilde{\zeta}} = \tilde{\zeta} - \zeta = A \sum_{n=2}^{N_{\max}} a_n B_n t \left( \left\{ T_{zz,n}(r,\Omega') + \varepsilon_{zz,n}(r,\Omega') \right\} - 1 \right).$$

Pre globálnu strednú kvadratickú chybu môžeme napísať:

$$m_{\varepsilon_{\tilde{\zeta}}}^2(\Omega) = E\left\{ \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \left[ \varepsilon_{\tilde{\zeta}}(\Omega) \right]^2 \mathrm{d}\Omega \right\} = A^2 \left( \sum_{n=2}^{N_{\max}} a_n^2 B_n^2 \sigma_{n,j}^2 + \sum_{n=2}^{N_{\max}} (a_n t - 1)^2 c_{n,i} \right),$$

kde:

$$c_{n,i} = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \left[ T(r_{top},\Omega) \right]^2 \mathrm{d}\Omega \;\; \text{a} \;\; \sigma_{n,j}^2 = E\left\{ \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \left[ \varepsilon_{zz,n}(r,\Omega) \right]^2 \mathrm{d}\Omega \right\}.$$

2

# **Teória: Metóda spektrálneho váhovania** (príklad pre VV)

Táto metóda je založená na minimalizácii chyby medzi obecným odhadom výškovej anomálie a jeho teoretickej hodnoty:

$$\varepsilon_{\tilde{\zeta}} = \tilde{\zeta} - \zeta ,$$

kde obecný odhad výškovej anomálie v spektrálnom tvare z VV zložky gravitačných gradientov je definovaný ako:

$$\zeta^{VV}(\Omega) = \frac{r_{Top}^2}{4\pi\gamma} \int_{\Omega'} \left\{ \sum_{n=2}^{N_{\max}} \frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}} \frac{1}{(n+1)(n+2)} P_{n,0}(\cos\psi) \right\} T_{zz}(r,\Omega') \mathrm{d}\Omega' = A \sum_{n=2}^{N_{\max}} a_n B_n t_n \left( T_{zz,n}(r,\Omega') + \varepsilon_{zz,n}(r,\Omega') \right).$$

Symbol $a_n$ je spektrálna váha a ostatné symboly z predchádzajúcej rovnice majú nasledujúci tvar:

$$A = \frac{r_{Top}^2}{\gamma}, \; B_n = \frac{1}{(n+1)(n+2)}, \; t_n = (r_{Top}/r)^{(n+3)}.$$

Chyba medzi obecným odhadom výškovej anomálie a jej teoretickou hodnotou sa dá prepísať do tvaru:

$$\varepsilon_{\tilde{\zeta}} = \tilde{\zeta} - \zeta = A \sum_{n=2}^{N_{\max}} a_n B_n t \left( \left\{ T_{zz,n}(r,\Omega') + \varepsilon_{zz,n}(r,\Omega') \right\} - 1 \right).$$

Pre globálnu strednú kvadratickú chybu môžeme napísať:

$$m_{\varepsilon_{\tilde{\zeta}}}^2(\Omega) = E\left\{ \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \left[ \varepsilon_{\tilde{\zeta}}(\Omega) \right]^2 \mathrm{d}\Omega \right\} = A^2 \left( \sum_{n=2}^{N_{\max}} a_n^2 B_n^2 \sigma_{n,j}^2 + \sum_{n=2}^{N_{\max}} (a_n t - 1)^2 c_{n,i} \right),$$

kde:

$$c_{n,i} = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \left[ T(r_{top},\Omega) \right]^2 \mathrm{d}\Omega \quad \text{a} \quad \sigma_{n,j}^2 = E\left\{ \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \left[ \varepsilon_{zz,n}(r,\Omega) \right]^2 \mathrm{d}\Omega \right\}.$$

2

# **Teória: Metóda spektrálneho váhovania** (príklad pre VV)

Táto metóda je založená na minimalizácii chyby medzi obecným odhadom výškovej anomálie a jeho teoretickej hodnoty:

$$\varepsilon_{\tilde{\zeta}} = \tilde{\zeta} - \zeta \, ,$$

kde obecný odhad výškovej anomálie v spektrálnom tvare z VV zložky gravitačných gradientov je definovaný ako:

$$\zeta^{VV}(\Omega) = \frac{r_{Top}^2}{4\pi\gamma} \int_{\Omega'} \left\{ \sum_{n=2}^{N_{\max}} \frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}} \frac{1}{(n+1)(n+2)} P_{n,0}(\cos\psi) \right\} T_{zz}(r,\Omega')\mathrm{d}\Omega' = A \sum_{n=2}^{N_{\max}} a_n B_n t_n \left( T_{zz,n}(r,\Omega') + \varepsilon_{zz,n}(r,\Omega') \right).$$

Symbol $a_n$ je spektrálna váha a ostatné symboly z predchádzajúcej rovnice majú nasledujúci tvar:

$$A = \frac{r_{Top}^2}{\gamma}, \; B_n = \frac{1}{(n+1)(n+2)}, \; t_n = (r_{Top}/r)^{(n+3)}.$$

Chyba medzi obecným odhadom výškovej anomálie a jej teoretickou hodnotou sa dá prepísať do tvaru:

$$\varepsilon_{\tilde{\zeta}} = \tilde{\zeta} - \zeta = A \sum_{n=2}^{N_{\max}} a_n B_n t \left( \left\{ T_{zz,n}(r,\Omega') + \varepsilon_{zz,n}(r,\Omega') \right\} - 1 \right).$$

Pre globálnu strednú kvadratickú chybu môžeme napísať:

$$m_{\varepsilon_{\tilde{\zeta}}}^2(\Omega) = E\left\{ \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \left[ \varepsilon_{\tilde{\zeta}}(\Omega) \right]^2 \mathrm{d}\Omega \right\} = A^2 \left( \sum_{n=2}^{N_{\max}} a_n^2 B_n^2 \sigma_{n,j}^2 + \sum_{n=2}^{N_{\max}} (a_n t - 1)^2 c_{n,i} \right),$$

kde:

$$c_{n,i} = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \left[ T(r_{top},\Omega) \right]^2 \mathrm{d}\Omega \quad \text{a} \quad \sigma_{n,j}^2 = E\left\{ \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \left[ \varepsilon_{zz,n}(r,\Omega) \right]^2 \mathrm{d}\Omega \right\}.$$

2

# **Teória: Metóda spektrálneho váhovania** (príklad pre VV)

Táto metóda je založená na minimalizácii chyby medzi obecným odhadom výškovej anomálie a jeho teoretickej hodnoty:

$$\varepsilon_{\tilde{\zeta}} = \tilde{\zeta} - \zeta ,$$

kde obecný odhad výškovej anomálie v spektrálnom tvare z VV zložky gravitačných gradientov je definovaný ako:

$$\zeta^{VV}(\Omega) = \frac{r_{Top}^2}{4\pi\gamma} \int_{\Omega'} \left\{ \sum_{n=2}^{N_{\max}} \frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}} \frac{1}{(n+1)(n+2)} P_{n,0}(\cos\psi) \right\} T_{zz}(r,\Omega') \mathrm{d}\Omega' = A \sum_{n=2}^{N_{\max}} a_n B_n t_n \left( T_{zz,n}(r,\Omega') + \varepsilon_{zz,n}(r,\Omega') \right).$$

Symbol $a_n$ je spektrálna váha a ostatné symboly z predchádzajúcej rovnice majú nasledujúci tvar:

$$A = \frac{r_{Top}^2}{\gamma}, \; B_n = \frac{1}{(n+1)(n+2)}, \; t_n = (r_{Top}/r)^{(n+3)}.$$

Chyba medzi obecným odhadom výškovej anomálie a jej teoretickou hodnotou sa dá prepísať do tvaru:

$$\varepsilon_{\tilde{\zeta}} = \tilde{\zeta} - \zeta = A \sum_{n=2}^{N_{\max}} a_n B_n t \left( \left\{ T_{zz,n}(r,\Omega') + \varepsilon_{zz,n}(r,\Omega') \right\} - 1 \right).$$

Pre globálnu strednú kvadratickú chybu môžeme napísať:

$$m_{\varepsilon_{\tilde{\zeta}}}^2(\Omega) = E\left\{ \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \left[ \varepsilon_{\tilde{\zeta}}(\Omega) \right]^2 \mathrm{d}\Omega \right\} = A^2 \left( \sum_{n=2}^{N_{\max}} a_n^2 B_n^2 \sigma_{n,j}^2 + \sum_{n=2}^{N_{\max}} (a_n t - 1)^2 c_{n,i} \right),$$

kde:

$$c_{n,i} = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \left[ T(r_{top},\Omega) \right]^2 \mathrm{d}\Omega \;\; \text{a} \;\; \sigma_{n,j}^2 = E\left\{ \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \left[ \varepsilon_{zz,n}(r,\Omega) \right]^2 \mathrm{d}\Omega \right\}.$$

# 2 **Teória: Metóda spektrálneho váhovania** (príklad pre VV)

Táto metóda je založená na minimalizácii chyby medzi obecným odhadom výškovej anomálie a jeho teoretickej hodnoty:

$$\varepsilon_{\tilde{\zeta}} = \tilde{\zeta} - \zeta,$$

kde obecný odhad výškovej anomálie v spektrálnom tvare z VV zložky gravitačných gradientov je definovaný ako:

$$\zeta^{VV}(\Omega) = \frac{r_{Top}^2}{4\pi\gamma} \int_{\Omega'} \left\{ \sum_{n=2}^{N_{\max}} \frac{(2n+1)}{(r_{Top}/r)^{(n+3)}} \frac{1}{(n+1)(n+2)} P_{n,0}(\cos\psi) \right\} T_{zz}(r,\Omega')\mathrm{d}\Omega' = A \sum_{n=2}^{N_{\max}} a_n B_n t_n \left( T_{zz,n}(r,\Omega') + \varepsilon_{zz,n}(r,\Omega') \right).$$

Symbol $a_n$ je spektrálna váha a ostatné symboly z predchádzajúcej rovnice majú nasledujúci tvar:

$$A = \frac{r_{Top}^2}{\gamma},\; B_n = \frac{1}{(n+1)(n+2)},\; t_n = (r_{Top}/r)^{(n+3)}.$$

Chyba medzi obecným odhadom výškovej anomálie a jej teoretickou hodnotou sa dá prepísať do tvaru:

$$\varepsilon_{\tilde{\zeta}} = \tilde{\zeta} - \zeta = A \sum_{n=2}^{N_{\max}} a_n B_n t \left( \left\{ T_{zz,n}(r,\Omega') + \varepsilon_{zz,n}(r,\Omega') \right\} - 1 \right).$$

Pre globálnu strednú kvadratickú chybu môžeme napísať:

$$m_{\varepsilon_{\tilde{\zeta}}}^2(\Omega) = E\left\{ \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \left[ \varepsilon_{\tilde{\zeta}}(\Omega) \right]^2 \mathrm{d}\Omega \right\} = A^2 \left( \sum_{n=2}^{N_{\max}} a_n^2 B_n^2 \sigma_{n,j}^2 + \sum_{n=2}^{N_{\max}} (a_n t - 1)^2 c_{n,i} \right),$$

kde:

$$c_{n,i} = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \left[ T(r_{top},\Omega) \right]^2 \mathrm{d}\Omega \quad \text{a} \quad \sigma_{n,j}^2 = E\left\{ \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \left[ \varepsilon_{zz,n}(r,\Omega) \right]^2 \mathrm{d}\Omega \right\}.$$

# 2 Teória: Metóda spektrálneho váhovania (príklad pre VV)

Derivujme strednú kvadratickú chybu podľa spektrálnej váhy:

$$\frac{\partial m^2_{\varepsilon_\zeta}(\Omega)}{\partial a_n} = 2\sum_{n=2}^{N_{\max}} a_n B_n^2 \sigma_{n,j}^2 + 2\sum_{n=2}^{N_{\max}} t(a_n t - 1)^2 c_{n,i}.$$

Položením predchádzajúceho výrazu rovné nule a následnou úpravou dostaneme vzťah pre spektrálnu váhu:

$$a_n = \frac{t_n c_n}{(t_n)^2 c_n + B_n \sigma_{i,n}^2}$$

# 2 Teória: Metóda spektrálneho váhovania (príklad pre VV)

Derivujme strednú kvadratickú chybu podľa spektrálnej váhy:

$$\frac{\partial m^2_{\varepsilon_{\tilde{\zeta}}}(\Omega)}{\partial a_n} = 2\sum_{n=2}^{N_{\max}} a_n B_n^2 \sigma_{n,j}^2 + 2\sum_{n=2}^{N_{\max}} t(a_n t - 1)^2 c_{n,i} .$$

Položením predchádzajúceho výrazu rovné nule a následnou úpravou dostaneme vzťah pre spektrálnu váhu:

$$a_n = \frac{t_n c_n}{(t_n)^2 c_n + B_n \sigma_{i,n}^2}$$

# 2 **Teória: Metóda spektrálneho váhovania** (príklad pre VV)

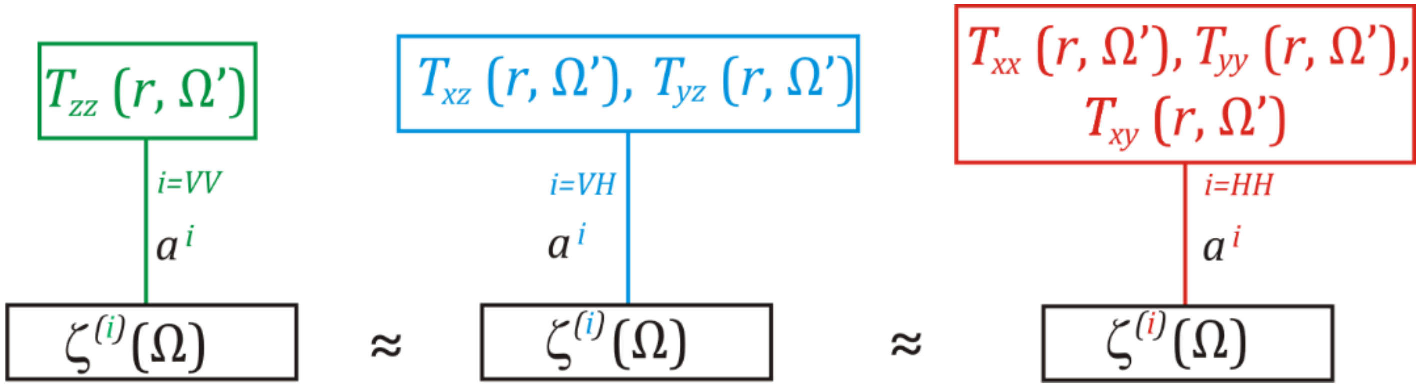
Derivujme strednú kvadratickú chybu podľa spektrálnej váhy:

$$\frac{\partial m^2_{\varepsilon_{\tilde{\zeta}}}(\Omega)}{\partial a_n} = 2\sum_{n=2}^{N_{\max}} a_n B_n^2 \sigma^2_{n,j} + 2\sum_{n=2}^{N_{\max}} t(a_n t - 1)^2 c_{n,i}.$$

Položením predchádzajúceho výrazu rovné nule a následnou úpravou dostaneme vzťah pre spektrálnu váhu:

$$a_n = \frac{t_n c_n}{(t_n)^2 c_n + B_n \sigma^2_{i,n}}$$

# 2 **Metóda spektrálneho váhovania:** Odhad pomocou jednej skupiny



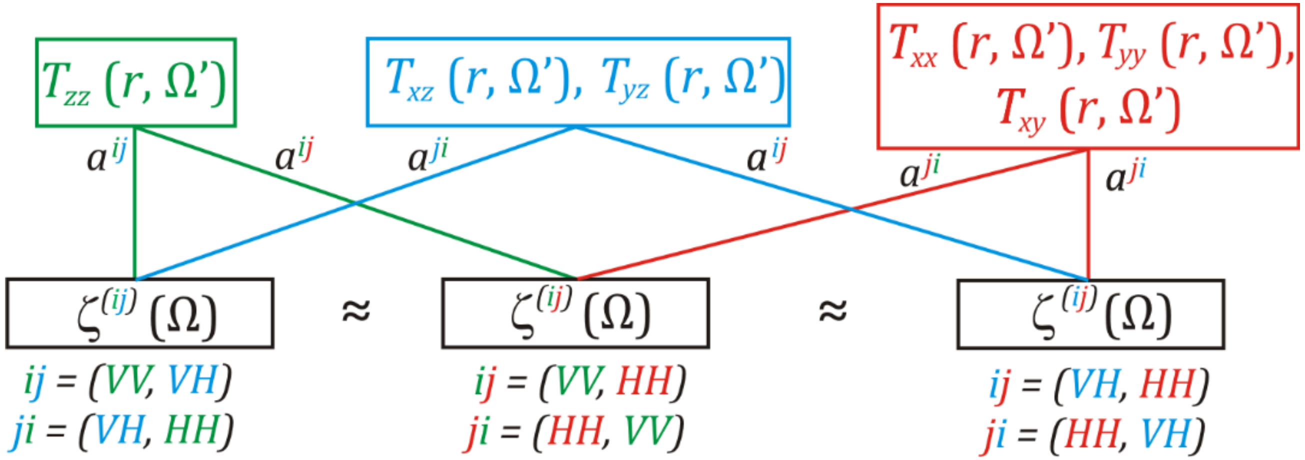

$$\zeta^{(VV)}(\Omega) = \frac{1}{4\pi\gamma} \int_{\Omega'} \sum_{n=2}^{N_{\max}} a_n^{VV} (2n+1) B_n^{(VV)} P_{n,0}(\cos\psi) T_{zz}(r,\Omega') \mathrm{d}\Omega',$$

$$a_n^i = \frac{t_n c_n}{(t_n)^2 c_n + B_n^{(i)} \sigma_{i,n}^2}$$

$$\zeta^{(VH)}(\Omega) = \frac{1}{4\pi\gamma} \int_{\Omega'} \sum_{n=2}^{N_{\max}} a_n^{VH} (2n+1) B_n^{(VH)} P_{n,1}(\cos\psi) \left[ T_{xz}(r,\Omega') \cos\alpha' - T_{yz}(r,\Omega') \sin\alpha' \right] \mathrm{d}\Omega',$$

$$\zeta^{(HH)}(\Omega) = \frac{1}{4\pi\gamma} \int_{\Omega'} \sum_{n=2}^{N_{\max}} a_n^{HH} (2n+1) B_n^{(HH)} P_{n,2}(\cos\psi) \left[ \left( T_{xx}(r,\Omega') - T_{yy}(r,\Omega') \right) \cos 2\alpha' - 2 T_{xz}(r,\Omega') \sin 2\alpha' \right] \mathrm{d}\Omega',$$

# **Metóda spektrálneho váhovania:** Odhad pomocou dvoch skupín




$$\zeta^{(VV,VH)}(\Omega)=\frac{1}{4\pi\gamma}\int_{\Omega'}\sum_{n=2}^{N_{\max}}a_n^{VV,VH}(2n+1)B_n^{(VV)}P_{n,0}(\cos\psi)T_{zz}(r,\Omega')\mathrm{d}\Omega'$$
$$+\frac{1}{4\pi\gamma}\int_{\Omega'}\sum_{n=2}^{N_{\max}}a_n^{VH,VV}(2n+1)B_n^{(VH)}P_{n,1}(\cos\psi)\left[T_{xz}(r,\Omega')\cos\alpha'-T_{yz}(r,\Omega')\sin\alpha'\right]\mathrm{d}\Omega',$$

$$\zeta^{(VV,HH)}(\Omega)=\frac{1}{4\pi\gamma}\int_{\Omega'}\sum_{n=2}^{N_{\max}}a_n^{VV,HH}(2n+1)B_n^{(VV)}P_{n,0}(\cos\psi)T_{zz}(r,\Omega')\mathrm{d}\Omega'$$
$$+\frac{1}{4\pi\gamma}\int_{\Omega'}\sum_{n=2}^{N_{\max}}a_n^{HH,VV}(2n+1)B_n^{(HH)}P_{n,2}(\cos\psi)\left[\left(T_{xx}(r,\Omega')-T_{yy}(r,\Omega')\right)\cos 2\alpha'-2T_{xz}(r,\Omega')\sin 2\alpha'\right]\mathrm{d}\Omega',$$

$$\zeta^{(VH,HH)}(\Omega)=\frac{1}{4\pi\gamma}\int_{\Omega'}\sum_{n=2}^{N_{\max}}a_n^{VH,HH}(2n+1)B_n^{(VH)}P_{n,1}(\cos\psi)\left[T_{xz}(r,\Omega')\cos\alpha'-T_{yz}(r,\Omega')\sin\alpha'\right]\mathrm{d}\Omega'$$
$$+\frac{1}{4\pi\gamma}\int_{\Omega'}\sum_{n=2}^{N_{\max}}a_n^{HH,VH}(2n+1)B_n^{(HH)}P_{n,2}(\cos\psi)\left[\left(T_{xx}(r,\Omega')-T_{yy}(r,\Omega')\right)\cos 2\alpha'-2T_{xz}(r,\Omega')\sin 2\alpha'\right]\mathrm{d}\Omega'.$$

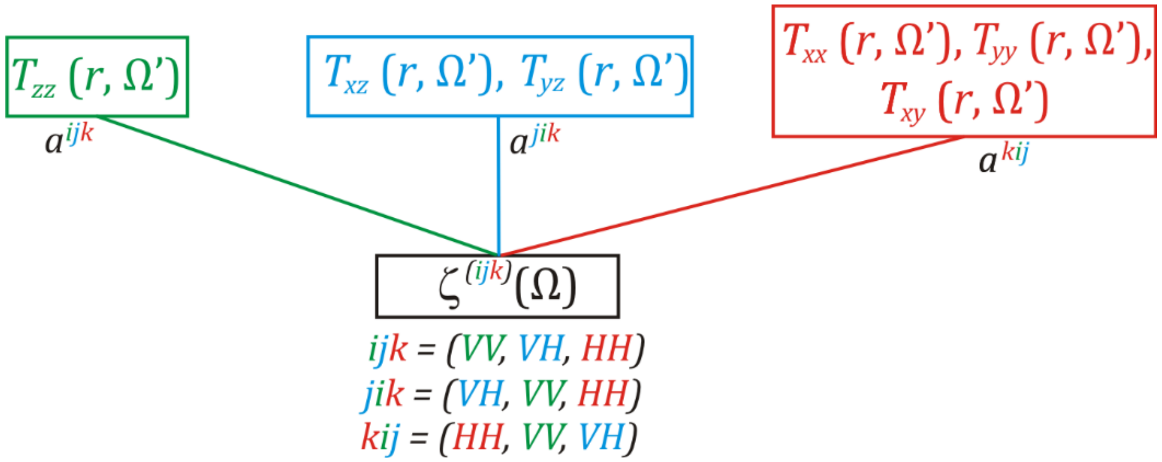
$$a_n^{ij}=\frac{t_n^i\bar{\sigma}_{n,k}^2}{\left(t_n\right)^2\bar{\sigma}_{n,i}^2+\left(t_n\right)^2\bar{\sigma}_{n,j}^2},$$

$$a_n^{ji}=\frac{t_n^j\bar{\sigma}_{n,j}^2}{\left(t_n\right)^2\bar{\sigma}_{n,i}^2+\left(t_n\right)^2\bar{\sigma}_{n,j}^2}$$

kde $\bar{\sigma}_{n,i}^2=(B_n^i)^2\sigma_{n,i}^2$, $\bar{\sigma}_{n,j}^2=(B_n^j)^2\sigma_{n,j}^2$

2

# **Metóda spektrálneho váhovania:** Odhad pomocou jednej skupiny

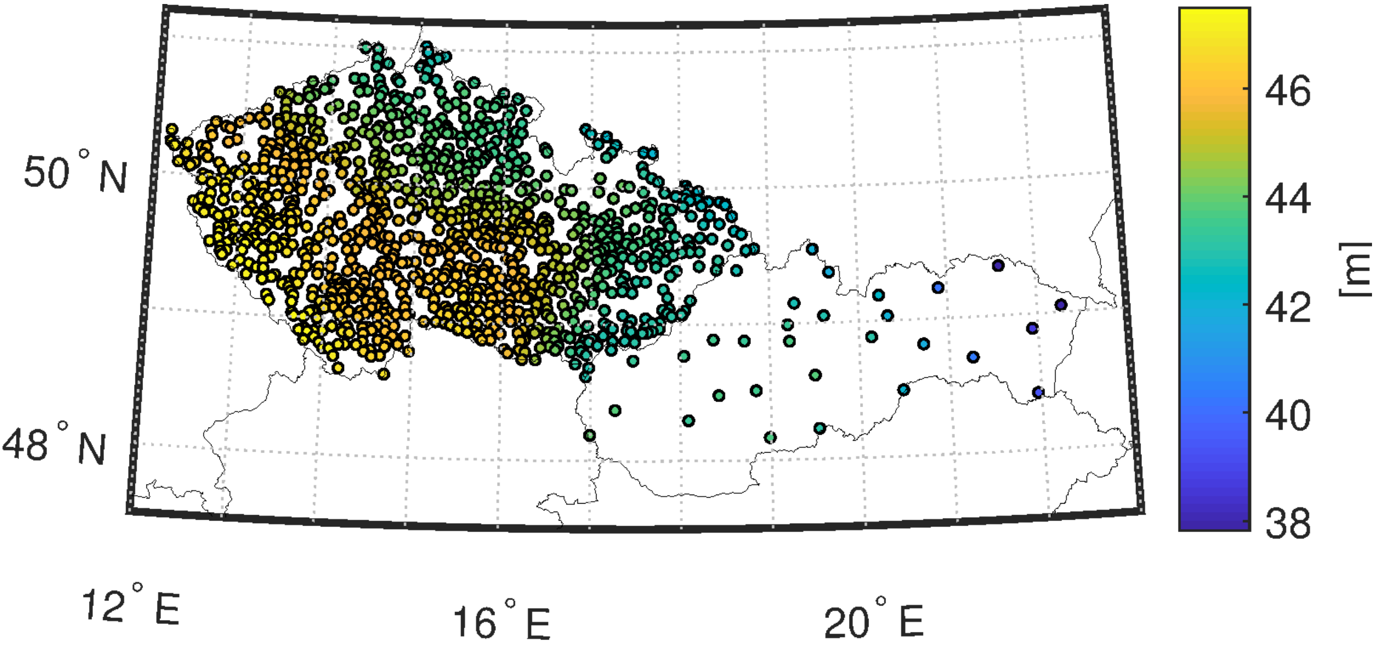


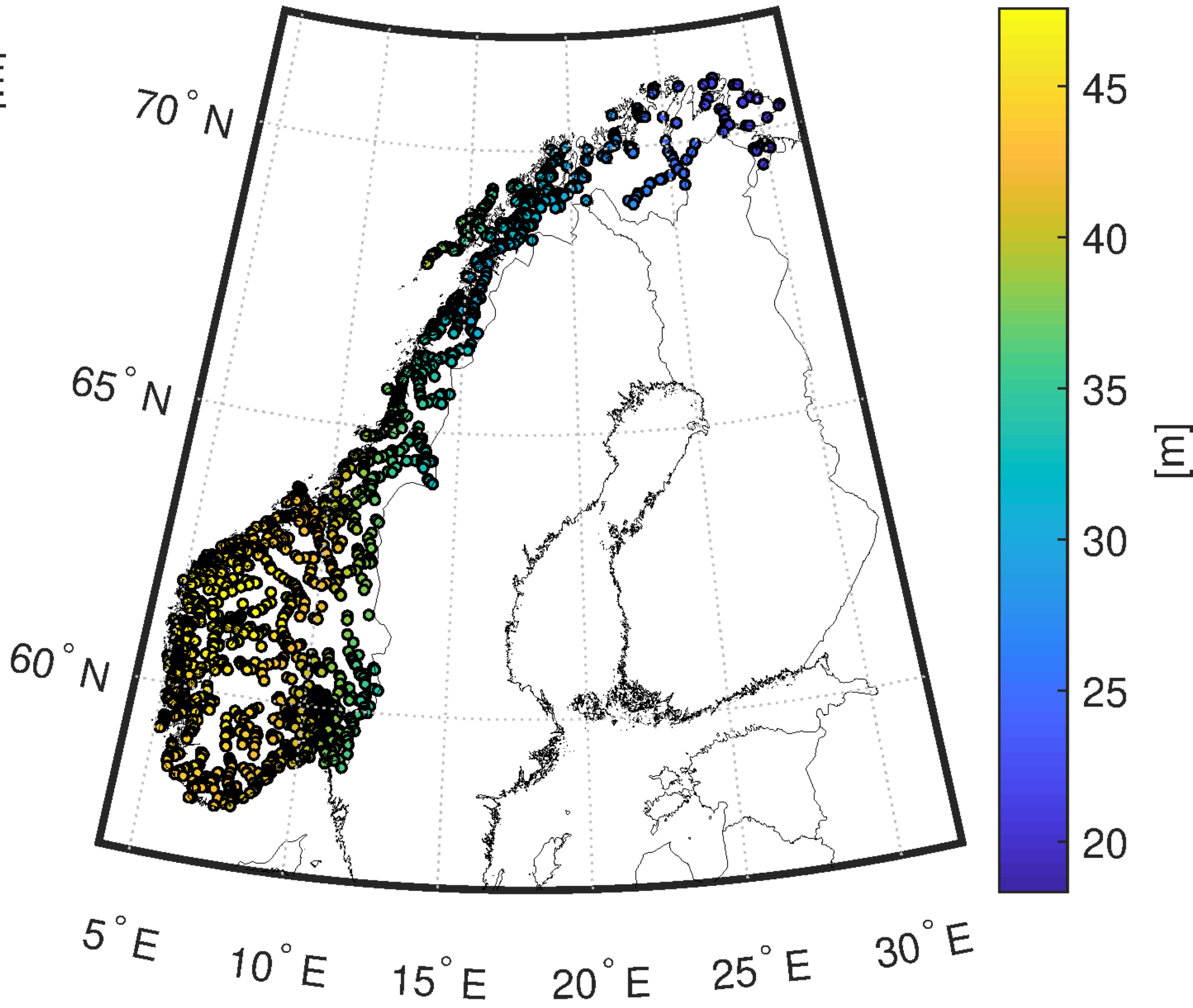

$$\zeta^{(VV,VH,HH)}(\Omega)=\frac{1}{4\pi\gamma}\int_{\Omega'}\sum_{n=2}^{N_{\max}}a_n^{VV,VH,HH}(2n+1)B_n^{(VV)}P_{n,0}(\cos\psi)T_{zz}(r,\Omega')\mathrm{d}\Omega'$$
$$+\frac{1}{4\pi\gamma}\int_{\Omega'}\sum_{n=2}^{N_{\max}}a_n^{VH,VV,HH}(2n+1)B_n^{(VH)}P_{n,1}(\cos\psi)\left[T_{xz}(r,\Omega')\cos\alpha'-T_{yz}(r,\Omega')\sin\alpha'\right]\mathrm{d}\Omega'$$
$$+\frac{1}{4\pi\gamma}\int_{\Omega'}\sum_{n=2}^{N_{\max}}a_n^{HH,VV,VH}(2n+1)B_n^{(HH)}P_{n,2}(\cos\psi)\left[\left(T_{xx}(r,\Omega')-T_{yy}(r,\Omega')\right)\cos 2\alpha'-2T_{xz}(r,\Omega')\sin 2\alpha'\right]\mathrm{d}\Omega'$$

$$a_n^{ijk}=\frac{t_n^i\bar{\sigma}_{n,j}^2\bar{\sigma}_{n,k}^2}{\left(t_n^i\right)^2\bar{\sigma}_{n,j}^2\bar{\sigma}_{n,k}^2+\left(t_n^j\right)^2\bar{\sigma}_{n,i}^2\bar{\sigma}_{n,k}^2+\left(t_n^k\right)^2\bar{\sigma}_{n,i}^2\bar{\sigma}_{n,j}^2},\quad a_n^{jik}=\frac{t_n^j\bar{\sigma}_{n,i}^2\bar{\sigma}_{n,k}^2}{\left(t_n^i\right)^2\bar{\sigma}_{n,j}^2\bar{\sigma}_{n,k}^2+\left(t_n^j\right)^2\bar{\sigma}_{n,i}^2\bar{\sigma}_{n,k}^2+\left(t_n^k\right)^2\bar{\sigma}_{n,i}^2\bar{\sigma}_{n,j}^2},$$

$$a_n^{kij}=\frac{t_n^k\bar{\sigma}_{n,i}^2\bar{\sigma}_{n,j}^2}{\left(t_n^i\right)^2\bar{\sigma}_{n,j}^2\bar{\sigma}_{n,k}^2+\left(t_n^j\right)^2\bar{\sigma}_{n,i}^2\bar{\sigma}_{n,k}^2+\left(t_n^k\right)^2\bar{\sigma}_{n,i}^2\bar{\sigma}_{n,j}^2}.$$

# 3 Numerický experiment: Testovacie oblasti



# Numerický experiment: Výpočet omission error

Česko a Slovensko:

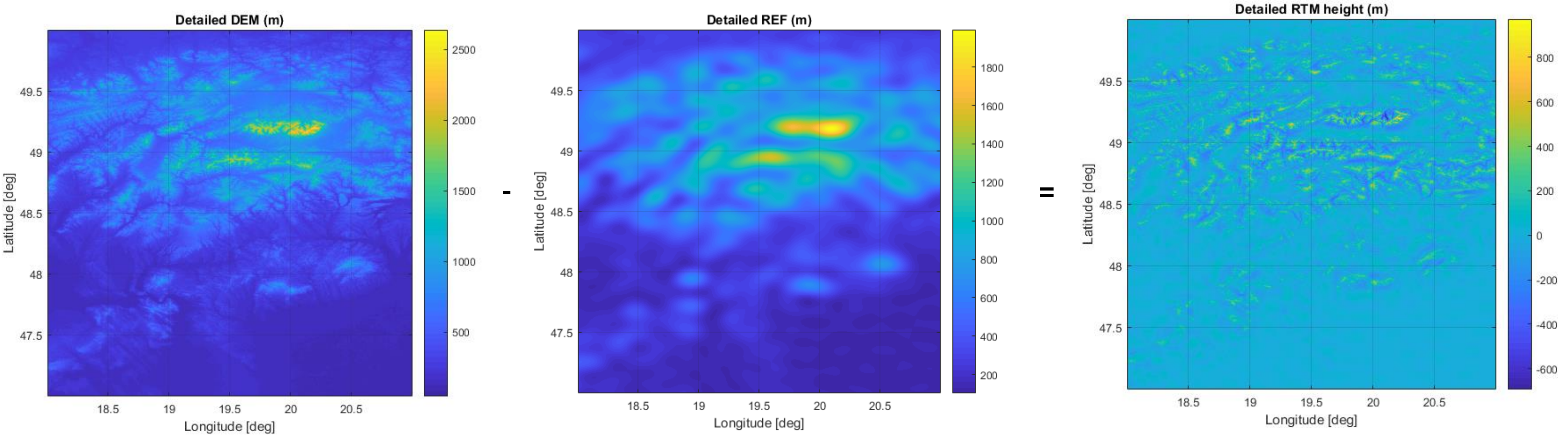

Nórsko:


$$\Delta\zeta(\Omega) = \zeta_{obs}(\Omega) - \left(\zeta^{\text{EGM2008}}_{0-1}(\Omega) + \zeta^{\text{SDWC}}_{2-N}(\Omega) + \zeta^{\text{EGM2008}}_{(N+1)-2160}(\Omega) + \zeta^{\text{OMI}}_{2160-\infty}(\Omega)\right)$$

$$\zeta^{\text{EGM2008}}_{(N+1)-2160} = \frac{GM}{R\gamma} \sum_{n=(N+1)}^{2160} \sum_{m=0}^{n} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \left(\Delta\bar{C}^{\text{EGM2008}}_{n,m} \cos m\lambda + \Delta\bar{S}^{\text{EGM2008}}_{n,m} \sin m\lambda\right) \bar{P}_{n,m}(\sin\varphi)$$

# 3 Numerický experiment: Výpočet omission error

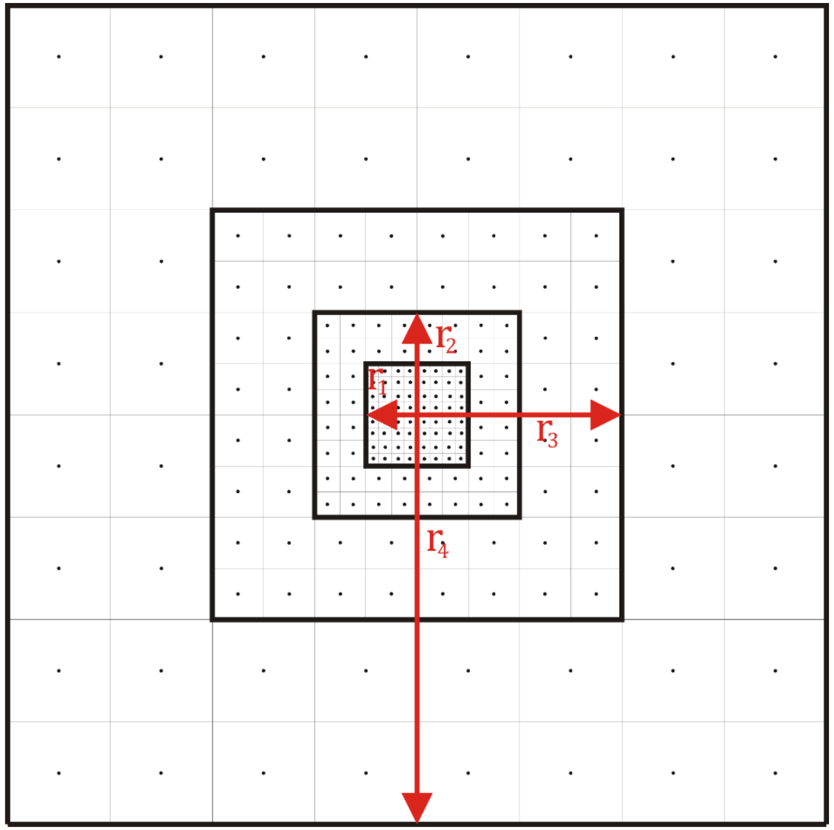
- Chyba vynechania sférických harmonických koeficientov je počítaná pomocou reziduálneho terénneho modelu




**AW3D30 (Tadono et al. 2014, 2016)**
**ACE2 (Berry et al. 2010, 2019)**

**DTM2006.0 (Pavlis et al. 2007, *N* = 2160)**

# 3 Numerický experiment: Výpočet omission error




Newtonov integrál:

$$V(\varphi,\lambda,r) = G\int_v \frac{\rho(\varphi',\lambda',r')}{l(\varphi,\lambda,r,\varphi',\lambda',r')}dv$$

$\rho = 2670\ kg/m^3$

$r_1 \leq 0.1°$ - polyhedrón (AW3D30, ACE2)

$r_2 \leq 0.5°$ - hranol (AW3D30, ACE2)

$r_3 \leq 1°$ - tesseroid (AW3D30, ACE2)

$r_4 \leq 3°$ - hmotný bod (ACE2 30 arc-sec)

4

# Výsledky: Česko a Slovensko (jednotky cm)

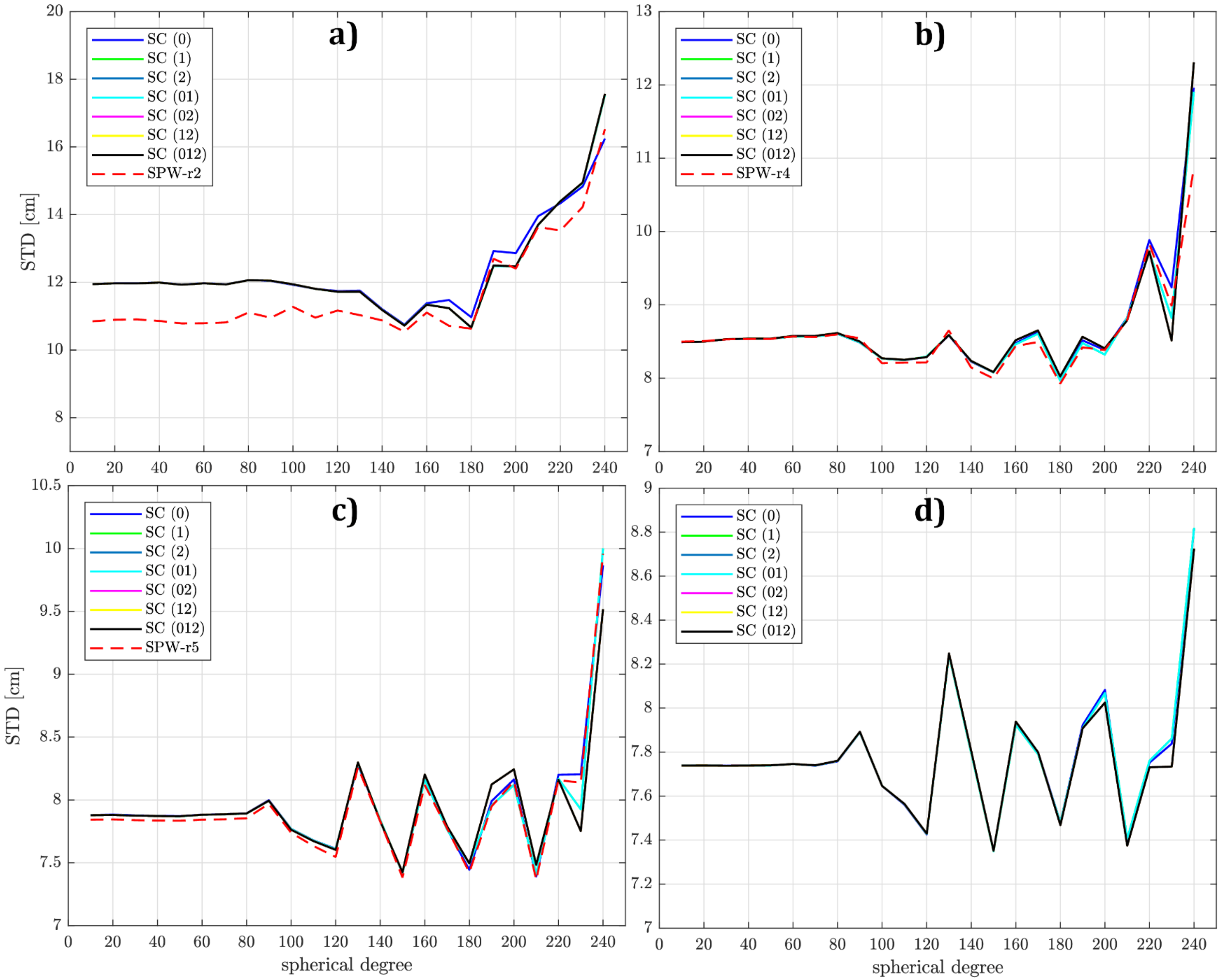
| | VV | VH | HH | (VV, VH) | (VV, HH) | (VH, HH) | (VV, VH, HH) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SDWC r2 (N 2-240) + EGM2008 (N 0-2) + EGM2008 (N 241-2160) w/o RTM | | | | | | | |
| std | **16.3/16.3** | 17.5/17.5 | 17.6/17.6 | 17.5/17.5 | 17.6/17.6 | 17.6/17.6 | 17.6/17.6 |
| max | 86.2/86.2 | 83.1/83.1 | 82.8/82.8 | 83.1/83.1 | 82.8/82.8 | 82.8/82.8 | 82.8/82.8 |
| min | -46.9/-46.9 | -48.9/-48.8 | -49.1/-49.0 | -48.9/-48.8 | -49.1/-49.0 | -49.1/-49.0 | -49.1/-49.0 |
| mean | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 |
| SDWC r4 (N 2-240) + EGM2008 (N 0-2) + EGM2008 (N 241-2160) w/o RTM | | | | | | | |
| std | 12.0/12.0 | **11.9/11.9** | 12.3/12.3 | 11.9/11.9 | 12.3/12.3 | 12.3/12.3 | 12.3/12.3 |
| max | 96.5/96.5 | 96.3/96.3 | 97.5/97.5 | 96.3/96.3 | 97.5/97.5 | 97.6/97.7 | 97.6/97.7 |
| min | -43.4/-43.4 | -44.6/-44.6 | -49.4/-49.4 | -44.6/-44.6 | -49.4/-49.4 | -49.3/-49.3 | -49.3/-49.3 |
| mean | -0.0/-0.0 | 0.0/0.0 | 0.0/0.0 | 0.0/0.0 | 0.0/0.0 | 0.0/0.0 | 0.0/0.0 |
| SDWC r5 (N 2-240) + EGM2008 (N 0-2) + EGM2008 (N 241-2160) w/o RTM | | | | | | | |
| std | 9.9/9.9 | 10.0/10.0 | **9.5/9.5** | 10.0/10.0 | 9.5/9.5 | 9.5/9.5 | 9.5/9.5 |
| max | 106.6/106.6 | 106.6/106.7 | 105.0/105.0 | 106.6/106.6 | 105.0/105.0 | 104.8/104.8 | 104.8/104.8 |
| min | -44.0/-44.0 | -43.0/-43.0 | -44.0/-44.0 | -43.0/-43.0 | -44.0/-44.0 | -44.2/-44.2 | -44.2/-44.2 |
| mean | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 |
| SDWC r6 (N 2-240) + EGM2008 (N 0-2) + EGM2008 (N 241-2160) w/o RTM | | | | | | | |
| std | 8.8/8.8 | 8.8/8.8 | **8.7/8.7** | 8.8/8.8 | 8.7/8.7 | 8.7/8.7 | 8.7/8.7 |
| max | 102.5/102.5 | 102.0/102.0 | 102.4/102.4 | 102.0/102.0 | 102.4/102.4 | 102.4/102.4 | 102.4/102.4 |
| min | -51.2/-51.2 | -51.3/-51.3 | -50.9/-50.9 | -51.2/-51.3 | -50.9/-50.9 | -50.9/-50.9 | -50.9/-50.9 |
| mean | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 |

4

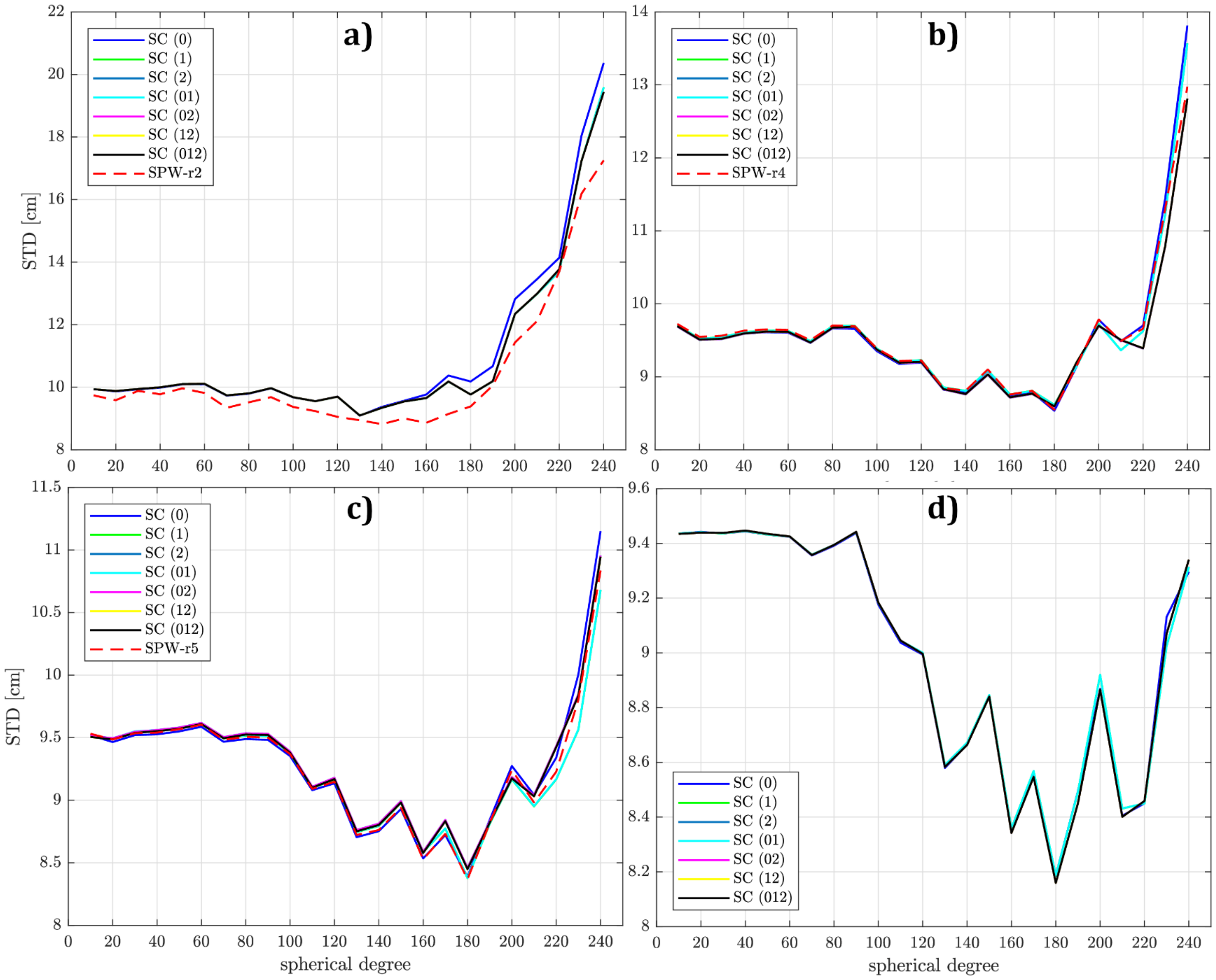
# Výsledky: Nórsko (jednotky cm)

| | VV | VH | HH | (VV, VH) | (VV, HH) | (VH, HH) | (VV, VH, HH) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SDWC **r2** (N 2-240) + EGM2008 (N 0-2) + EGM2008 (N 241-2160) w/o RTM | | | | | | | |
| std | 20.4/20.4 | 19.6/19.6 | **19.5/19.4** | 19.6/19.6 | 19.5/19.4 | 19.5/19.4 | 19.5/19.4 |
| max | 89.3/89.4 | 84.6/84.7 | 84.6/84.7 | 84.6/84.7 | 84.6/84.7 | 84.6/84.7 | 84.6/84.7 |
| min | -67.6/-67.5 | -58.2/-58.2 | -58.4/-58.4 | -58.2/-58.2 | -58.4/-58.4 | -58.4/-58.4 | -58.4/-58.4 |
| mean | 0.0/-0.0 | 0.0/0.0 | 0.0/0.0 | 0.0/0.0 | 0.0/0.0 | 0.0/0.0 | 0.0/0.0 |
| SDWC **r4** (N 2-240) + EGM2008 (N 0-2) + EGM2008 (N 241-2160) w/o RTM | | | | | | | |
| std | 13.8/13.8 | 13.6/13.6 | **12.8/12.8** | 13.6/13.6 | 12.8/12.8 | 12.8/12.8 | 12.8/12.8 |
| max | 46.5/46.6 | 48.7/48.8 | 46.8/46.9 | 48.7/48.8 | 46.8/46.8 | 46.9/47.0 | 46.9/47.0 |
| min | -45.2/-45.1 | -51.0/-51.0 | -50.7/-50.7 | -51.0/-50.9 | -50.8/-50.7 | -50.6/-50.6 | -50.6/-50.6 |
| mean | 0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 |
| SDWC **r5** (N 2-240) + EGM2008 (N 0-2) + EGM2008 (N 241-2160) w/o RTM | | | | | | | |
| std | 11.2/11.2 | **10.7/10.7** | 11.0/11.0 | 10.7/10.7 | 11.0/11.0 | 11.0/11.0 | 11.0/11.0 |
| max | 39.6/38.0 | 39.2/37.0 | 40.0/37.8 | 39.2/37.0 | 40.0/37.8 | 39.9/37.7 | 39.9/37.7 |
| min | -31.7/-33.8 | -31.2/-32.0 | -30.4/-31.1 | -31.2/-32.0 | -30.4/-31.0 | -30.5/-31.1 | -30.5/-31.1 |
| mean | 0.0/0.0 | -0.0/-0.0 | 0.0/0.0 | -0.0/-0.0 | 0.0/0.0 | 0.0/0.0 | 0.0/0.0 |
| SDWC **r6** (N 2-240) + EGM2008 (N 0-2) + EGM2008 (N 241-2160) w/o RTM | | | | | | | |
| std | **9.3/9.3** | **9.3/9.3** | 9.4/9.3 | 9.3/9.3 | 9.4/9.3 | 9.4/9.3 | 9.4/9.3 |
| max | 33.5/33.6 | 33.3/33.4 | 33.5/33.6 | 33.3/33.4 | 33.5/33.6 | 33.5/33.6 | 33.5/33.6 |
| min | -33.4/-33.4 | -33.1/-33.1 | -32.6/-32.6 | -33.1/-33.1 | -32.6/-32.6 | -32.6/-32.6 | -32.6/-32.6 |
| mean | 0.0/-0.0 | 0.0/0.0 | -0.0/-0.0 | 0.0/0.0 | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 | -0.0/-0.0 |

# 4 Výsledky: Česko a Slovensko



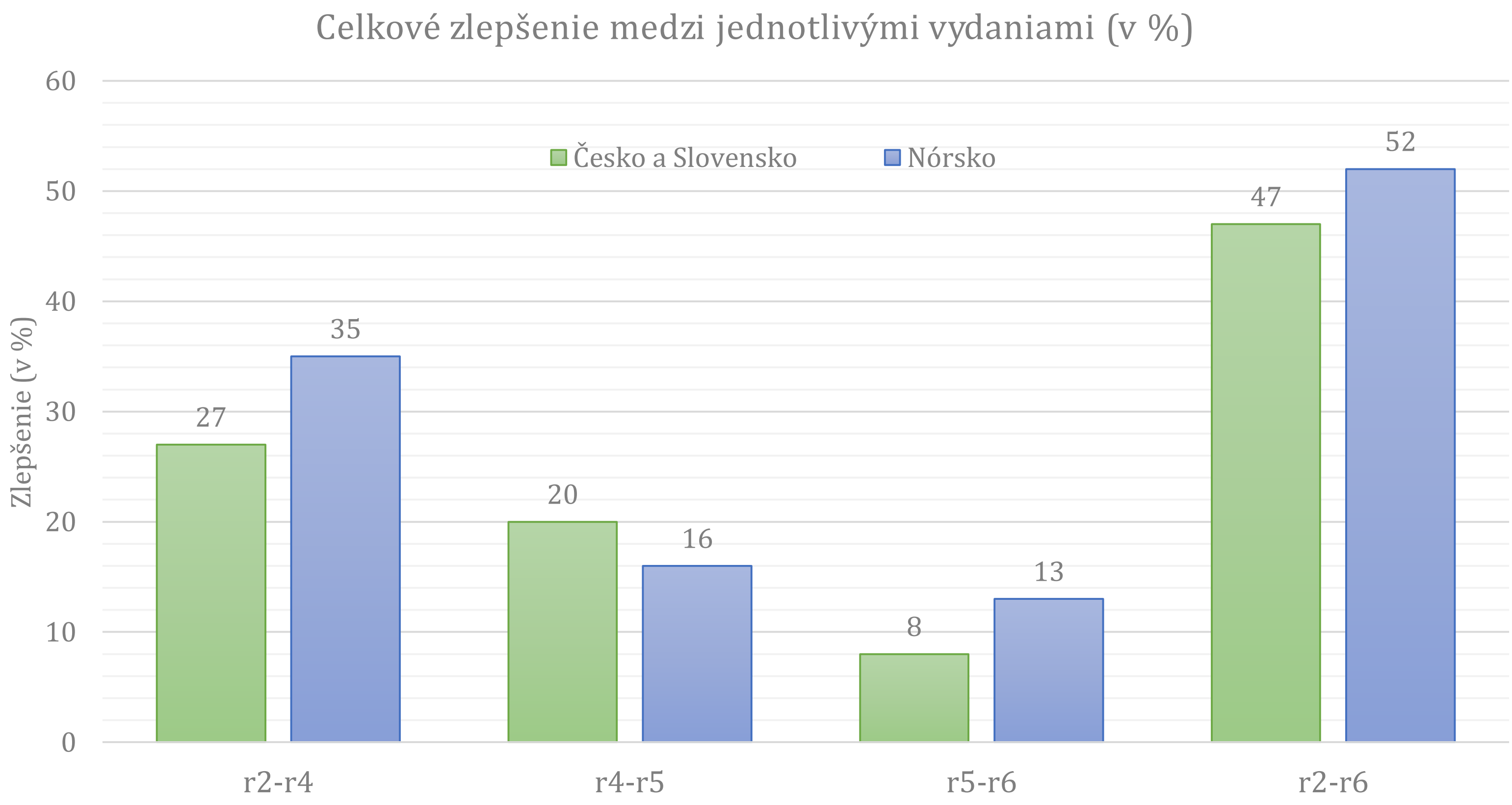
# 4 Výsledky: Nórsko



# 5 Záver

- Metóda na validáciu oficiálního produktu GOCE Level 2 SPW_GRD_2_ bola prezentovaná,

- žiadne signifikantné rozdiely medzi globálnymi tiažovými modelmi počítanými pomocou space-wise approach a produktom SPW_GRD_2_ neboli pozorované,




- GRD SPW 2 release 6 produkt môže byť zaujímavý pre geodetickú a geofyzikálnu komunitu.

Surveys in Geophysics
https://doi.org/10.1007/s10712-022-09762-9

Check for updates

# Validation of Space-Wise GOCE Gravitational Gradient Grids Using the Spectral Combination Method and GNSS/Levelling Data

Martin Pitoňák[1] · Michal Šprlák[2] · Vegard Ophaug[3] · Ove C. D. Omang[4] · Pavel Novák[1]

Received: 16 May 2022 / Accepted: 15 December 2022


**Abstract**
The launch of gravity-dedicated satellite missions at the beginning of the new millennium led to an accuracy improvement of global Earth gravity field models (GGMs). One of these missions was the Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer (GOCE)

KARTOGRAFICKÁ KONFERENCE PLZEŇ 2023
Odpovědná kartografie

Registrace Organizace konference

## 25. kartografická konference v Plzni, 5. – 7. září 2023

Na Západočeské univerzitě v Plzni, v prostorách Fakulty aplikovaných věd se letos koná 25. kartografická konference. Konference začne workshopy v úterý 5. září. Vlastní program konference začne ve středu 6. září a bude pokračovat do čtvrtka 7. září 2023. Informace o konferenci najdete na těchto stránkách a taktéž skrze **událost na Facebooku**.

Na těchto webových stránkách najdete veškeré informace týkající se témat konference, organizačních náležitostí či termínů pro registraci. Sekce registrace a přijímání příspěvků na konferenci budou otevřené v únoru 2023. Termín pro včasnou registraci a zaplacení sníženého vložného je stanovený na květen 2023. Členové České kartografické společnosti budou platit snížené vložné. Organizátoři (Katedra geomatiky FAV ZČU) přivítají veškeré podněty a zájemce o spolupráci. Těšíme se na setkání v Plzni.

## Na konání konference se podílí:

- Česká kartografická společnost
- Katedra geomatiky Západočeské univerzity v Plzni

## AKTUALITY

- 9. 12. 2022 - Spuštěny webové stránky konference.

**Čas do začátku konference: 223 dnů 20 hodin 10 minut 52 sekund**

## Vzpomínka na 20. kartografickou konferenci v Plzni v roce 2013


25kk.zcu.cz

Ďakujem za pozornosť
pitonakm@ntis.zcu.cz

**Poďakovanie:** Terestrické dáta na GNSS/nivelačných bodoch boli poskytnuté Geodetickým a kartografickým ústavom v Bratislave, Českým úřadem zeměměřickým a katastrálnim v Prahe a Norwegian Mapping Authority v Hønefoss. Výpočty boli vykonané pomocou výpočtovej a úložnej kapacity Metacentra.